

La galerie des polyèdres

Sommaire

- Présentation de l'action académique
 - Mais avant de commencer : qu'est-ce qu'un polyèdre ?
 - Activités géométriques autour des solides d'après Hélène Gosset et Catherine Taveau
 - Propositions de ressources pour mener des actions dans la classe
 - Ressources pour les enseignants
 - Ressources pour conduire les TUICE
 - Bibliographie
-



Présentation de l'action académique en Seine-Saint-Denis

L'action « la galerie des polyèdres » a pour point d'ancrage *la géométrie dans l'espace*, mais doit permettre aux élèves de travailler également dans de nombreux autres domaines :

- **le langage de la géométrie**, langue de spécialité spécifique, celle-ci contraint à une grande rigueur dans le choix des mots, des formulations, et contribue assurément à la maîtrise de la langue ;
- **les travaux de géométrie plane** et la manipulation des outils de construction, le patron permettant de construire un solide doit conduire les élèves à effectuer des travaux de géométrie plane, leur permettant de renforcer ainsi le vocabulaire spécifique associé et de manipuler avec rigueur les outils de construction (règle, compas, équerre) ;
- **Les arts visuels** : le solide construit devant être décoré avec des contraintes spécifiques, ce projet favorise l'expression et la création, il participe à l'acquisition de savoirs et de techniques spécifiques ;
- **Les compétences sociales, l'autonomie et l'initiative** : qu'il soit mené individuellement, collectivement ou les deux en fonction des tâches, le projet permettra de renforcer les compétences sociales, l'autonomie et l'initiative des élèves.

Classes concernées : CM1, CM2, CLIS, 6° et 5° des SEGPA

Modalités :

- **A partir du 6 janvier 2014** : inscriptions des classes
<http://groupesmaths.ac-creteil.fr/enquete/index.php?sid=84677&lang=fr>
(Le RNE de l'école est requis lors de l'inscription)
- **De janvier 2014 à mars 2014** : mise en œuvre dans les classes, accompagnement par les équipes de circonscription, si besoin.
- **Entre le 24 mars et le 26 mars 2014** :
Transmission du programme de construction, sous format Word et de la photographie du polyèdre sous format JPG à l'adresse suivante : evelyne.brimont@ac-creteil.fr
- **Du lundi 28 avril au vendredi 23 mai 2014** :
Les classes ayant rendu une production seront invitées à tester et à évaluer le programme de construction rédigé par une autre classe.
Dans un second temps, les deux classes correspondantes se transmettront le programme accompagné des commentaires sur l'expérience vécue.

- **En juin 2014 :**

Prévoir une valorisation des projets retenus : exposition possible dans les écoles ou les municipalités ou le département et l'académie de Créteil.

Chaque classe s'engagera au niveau d'exposition qu'il désire. Pour l'exposition départementale et académique, les dates vous seront communiquées ultérieurement.

Pour vous aider à vous engager avec vos élèves dans le projet, le groupe mathématique de Seine-Saint-Denis vous propose différentes ressources. Il regroupe des conseillers pédagogiques et des AFTICE et le président de l'association « [Science ouverte](#) ». Il est conduit par R. Rudat, IEN de Drancy.

Mais avant de commencer : qu'est-ce qu'un polyèdre ?

Un polyèdre est un objet mathématique à trois dimensions ayant des faces planes polygonales qui se rencontrent selon des segments de droite qu'on appelle « arêtes ».

Historique

Comme beaucoup d'autres concepts, la notion de polyèdre a été formellement introduite par les Grecs. Leur étude occupe une place toute à fait significative dans les *Eléments* d'Euclide et a, pour ce qui est des mathématiques, constitué une des préoccupations importantes de Platon.

Il suffit cependant de contempler les pyramides pour réaliser que cette notion est perçue depuis des temps encore plus anciens.

Nomenclature

Les polyèdres sont généralement nommés selon leur nombre de faces. La nomenclature est basée sur le grec classique. On a ainsi par exemple : tétraèdre (4 faces), pentaèdre (5 faces), hexaèdre (6 faces), heptaèdre (7 faces) et ainsi de suite. Cette méthode de désignation a son équivalent dans la nomenclature des polygones.

Arêtes

Les arêtes ont deux caractéristiques importantes :

- une arête joint simplement deux sommets
- une arête joint simplement deux faces.

Les Polyèdres convexes

Un polyèdre est dit convexe si tout segment joignant deux points quelconques du polyèdre est à l'intérieur du polyèdre. (Le polyèdre qui renvoie à la forme du haricot n'est pas convexe.)

Les Polyèdres réguliers

Un polyèdre régulier convexe est inscriptible dans une sphère et toutes ses faces sont des polygones réguliers. (Le polyèdre qui renvoie au ballon de football n'est pas un polyèdre régulier.)

Les solides de Platon

Dans son dialogue de *Timée* (54c-55d), après avoir décrit cinq solides, Platon (427-347 av J.C.), philosophe grec, associe les cinq polyèdres réguliers convexes : le tétraèdre, le cube, l'octaèdre, le dodécaèdre et l'icosaèdre, respectivement aux éléments physiques suivants : le feu, la terre, l'air, l'univers et l'eau. C'est pourquoi ces solides s'appellent *solides de Platon* ou *corps platoniciens*.

Pour plus d'informations sur les polyèdres : [fiche1](#), [fiche2](#), [fiche3](#), [fiche4](#), [fiche5](#), [fiche6](#)

Activités géométriques autour des solides d'après Hélène Gosset et Catherine Taveau ¹

1. Apports didactiques²

La maîtrise des compétences liées à la géométrie dans l'espace (limitée à l'étude des solides) se fera par de nombreuses situations de description, de construction et de reconnaissance.

Ces situations devront faire travailler l'articulation entre « **l'objet de l'espace** » et ses **différentes représentations** afin de permettre la construction d'images mentales chez les élèves, qui pourront alors abandonner la manipulation systématique de ces objets pour comprendre les activités proposées au collègue.

a. Les situations à mettre en place par l'enseignant de cycle 3³

Reconnaître

Reconnaître un solide à partir :

- d'une description orale ;
- d'une représentation en perspective cavalière ;
- par sa représentation sous forme de vues ;
- à partir de photos ;
- à partir d'un patron ;

Reconnaître le patron d'un solide.

Décrire

Décrire un solide verbalement :

- pour permettre à autrui de le reconnaître parmi d'autres ;
- pour permettre à autrui de le construire

Construire

Compléter et modifier des assemblages de figures planes pour obtenir le patron d'un solide.

Reproduire un solide à partir d'un modèle

Construire un solide

Représenter

Représenter un solide :

- à l'aide d'un patron
 - à l'aide de vues
-

¹ H.Gosset, C.Taveau, *Activités géométriques autour des solides cycle 3*, CRDP Académie de Paris, mai 2010.

² H.Gosset, C.Taveau, *Activités géométriques autour des solides cycle 3*, CRDP Académie de Paris, mai 2010, p. 24.

³ D'après N.Pfaff, M.Fénichel, *Donner du sens aux mathématiques*, Tome 1 : espace et géométrie, Bordas, 2004.

La représentation des objets de l'espace s'opère par le passage de l'espace au plan ; il constitue une perte considérable d'informations. Un conflit surgit entre ce que l'on sait et ce que l'on peut représenter par le dessin, ou entre ce que l'on voit et ce que l'on cherche à savoir par la représentation.

Bernard Parzysz⁴ explique que la « représentation que l'élève fait d'un objet de l'espace est le résultat d'un compromis entre ce qu'il sait (le su) et ce qu'il voit ou plutôt la représentation qu'il a de l'objet (le vu). Il est amené à opérer des choix, c'est à dire à éliminer de la représentation certains aspects du voir et certains aspects du savoir. »

Ainsi en l'absence d'apprentissage spécifique, les élèves continueront à développer des représentations mentales de l'espace incohérentes. Ils doivent donc maîtriser au moins une technique de représentation et ne pas se noyer dans la diversité des dessins possibles.

b. Difficultés rencontrées par les élèves

Les erreurs liées à la reconnaissance du solide

S'il n'y a pas appropriation des conventions de représentation en perspective, l'élève peut percevoir la représentation du cube comme une figure composée d'un carré juxtaposé de deux parallélogrammes. Les propriétés liées à ce solide ne lui apparaissent pas. L'image mentale de l'objet se construira alors que difficilement et ne permettra pas à l'élève de reconnaître les différents patrons d'un solide sans reconstitution effective de celui-ci. La vérification mentale sera défailante.

Les erreurs liées au vocabulaire

Les élèves utilisent le vocabulaire lié à la géométrie plane pour désigner des objets de l'espace : « figure » à la place de « solide », « carré » à la place de « cube », et ils confondent très souvent les mots « arêtes » et « cotés » qui désignent un même objet, nommé différemment selon qu'il est situé dans une figure plane ou un solide.

Les erreurs liées à la représentation

Sur un même dessin, l'élève risque de faire figurer ce qu'il sait et ce qu'il voit. Le cube peut alors être représenté par des fuyantes (droites perpendiculaires au plan frontal) de même longueur que les côtés du carré de face. Dans la perspective cavalière, il essaie de représenter tous les angles droits et oublie de représenter les arêtes cachées.

Les erreurs liées à l'enseignement reçu

Il est fréquent de constater que l'enseignement de la géométrie des solides se fait uniquement à partir de représentations des solides (manuels, fiches photocopiées, ...). Peu d'enseignants prennent le temps de construire en grande dimension les solides qu'ils feront étudier aux élèves et autour desquels ils pourront organiser leur enseignement. L'enseignement est alors très formel, s'appuyant essentiellement sur la désignation du

⁴ Cité dans l'ouvrage

vocabulaire spécifique aux polyèdres (faces, arêtes et sommets) que les élèves devront apprendre, sans manipuler les solides dans des activités porteuses de sens.

Il est nécessaire de mettre des solides pleins ou évidés, à disposition des élèves afin de permettre à ceux-ci de faire le lien entre les objets et leurs représentations diverses.

c. Proposition de progression des notions de géométrie

Cette proposition de progression au cycle 3 fait le lien entre les notions de géométrie plane, de géométrie dans l'espace, de grandeur et de mesure. L'acquisition des connaissances sur les objets géométriques sera facilitée dans le cadre d'activités de **reconnaissance, reproduction, description et construction.**

2. Mise en œuvre dans les classes de CM1 et CM2

Présentation de la séquence en CM1

Séances	Objectifs	Activités
Séance 1	Réactiver le vocabulaire spécifique des polyèdres : face, arête et sommet	Le jeu du portrait (description des objets afin de les reconnaître) Associer différentes représentations (objets, photos, perspectives cavalières) Institutionnalisation : trace écrite
Séance 1Bis	Finaliser la trace écrite Elaborer un tableau récapitulatif sur les polyèdres	
Séance 2	Différencier le vocabulaire de géométrie plane et de géométrie des solides Faire émerger la notion de patron de polyèdre (le polyèdre est présent sur la table de chaque élève)	Construire un polyèdre identique à un polyèdre distribué Institutionnalisation : caractériser la notion de patron
Séance 3	Réinvestir la notion de patron de polyèdre	Construire le patron d'un polyèdre éloigné Institutionnalisation : un même polyèdre peut avoir des patrons différents.
Séance 4	Faire travailler la représentation en perspective à partir d'un logiciel	Découvrir le logiciel « Cube 4 » et travailler sur plusieurs de ses activités
Séance 5	Réinvestir la reconnaissance d'un polyèdre à partir d'une représentation en perspective Consolider la notion de patron de polyèdre	Associer une représentation en perspective à son solide Associer des polyèdres et des patrons Valider ou invalider la correspondance de patrons avec leur polyèdre Modifier des figures planes afin qu'elles deviennent des patrons de polyèdres

Présentation de la séquence en CM2

Polyèdres complexes et patron au CM2

Séances	Objectifs	Activités
Séance 1	Faire réactiver ou montrer l'importance du vocabulaire spécifique de la géométrie des solides pour décrire un solide	Le jeu du portrait Institutionnalisation : caractéristiques d'un solide et vocabulaire associé
Séance 2	Faire émerger le fait qu'un solide peut avoir plusieurs patrons Faire analyser les erreurs possibles dans la construction d'un patron	Rechercher un maximum de patrons différents pour un même solide Institutionnalisation : notion de patron de solide Géométrie
Séance 3	Consolider la notion de patron de solides géométriques	Modifier une figure géométrique pour obtenir le patron d'un solide donné Institutionnalisation Aides méthodologiques pour vérifier la validation d'un patron sans pliage de celui ci
Séance 4	Faire comprendre les règles de la représentation en perspective d'un solide géométrique Mobiliser la motivation des élèves par le défi de la construction du kaléidocycle	Associer des patrons à leur solide Décrire le kaléidocycle pour être capable de le construire Institutionnalisation Aides pour reconnaître le solide lié à un patron donné
Séance 5	Terminer la construction du kaléidocycle	Construire et assembler des tétraèdres Institutionnalisation Démarche d'analyse nécessaire pour construire un solide complexe

Propositions de ressources pour mener des actions dans la classe

Observer, nommer, décrire, argumenter	Reconnaître	Représenter, se représenter	Classer	Réaliser, construire, manipuler	Lire, écrire	Utiliser l'outil informatique	Reconnaître et décrire des œuvres visuelles	Pratiquer le dessin et diverses formes d'expressions visuelles et plastiques
Observer des polyèdres dans le monde, dans le monde des arts, dans la classe	Connaître les différents polyèdres au programme (noms, caractéristiques, identification) et d'autres polyèdres ne figurant pas dans les programmes	Dessiner des contours de faces, faire prendre des empreintes de faces F7	Classer des solides, des polyèdres F1 , F2	Décomposer un polyèdre en patron	Apprendre à lire un programme de construction F4	Utiliser un logiciel permettant d'observer des polyèdres et leurs patrons (Voir ressources TUICE)	Connaître différents artistes ayant exploité les polyèdres F19	Utiliser différentes techniques et divers matériaux pour habiller un polyèdre F6
Construire les notions, faire acquérir le lexique spécifique : solide, polyèdre, face, arête, sommet F10	Trouver le polyèdre à partir de l'ensemble des empreintes de faces	Représenter ces polyèdres (dessiner)	Classer des patrons de polyèdres	Construire un polyèdre à partir de son patron	Ecrire la fiche d'identité du polyèdre F14 , F21	Utiliser un logiciel pour réaliser des patrons de polyèdres (Voir ressources TUICE)	Observer et décrire les œuvres de ces artistes	Réaliser un dessin continu entre toutes les faces d'un polyèdre
Nommer les sommets, les faces	Identifier un polyèdre à partir d'une fiche d'identité	Trouver un F7 patron à l'aide des contours de faces dessinés		Reproduire un patron	Apprendre à rédiger un programme de construction F5 ,			Colorier les faces d'un patron selon des contraintes F9

Observer, nommer, décrire, argumenter	Reconnaître	Représenter, se représenter	Classer	Réaliser, construire, manipuler	Lire, écrire	Utiliser l'outil informatique	Reconnaître et décrire des œuvres visuelles	Pratiquer le dessin et diverses formes d'expressions visuelles et plastiques
Identifier les arêtes, les sommets, les faces	Trouver la fiche d'identité du polyèdre parmi plusieurs fiches d'identité	Associer un patron au bon polyèdre F8		Concevoir le patron d'un polyèdre observé				Réaliser une production artistique en exploitant les polyèdres
Compter les arêtes, les sommets, les faces F17		Associer un polyèdre ou un solide au bon patron F13		Reproduire un polyèdre avec transformation des dimensions				
Identifier les faces opposées, adjacentes		Trouver un ou des intrus parmi des patrons de polyèdres proposés F16		Construire un polyèdre par pliage F3				
Identifier le nombre de faces communes à une arête		Trouver un ou des intrus parmi des polyèdres proposés		Reproduire un polyèdre en utilisant le matériel donné F12 , F22 , F23				
Identifier l'arête commune à plusieurs faces		Compléter un patron pour qu'il soit conforme au polyèdre présenté F15		Réaliser un patron, un polyèdre à partir d'un programme de construction				

Observer, nommer, décrire, argumenter	Reconnaître	Représenter, se représenter	Classer	Réaliser, construire, manipuler	Lire, écrire	Utiliser l'outil informatique	Reconnaître et décrire des œuvres visuelles	Pratiquer le dessin et diverses formes d'expressions visuelles et plastiques
Identifier le sommet commun à plusieurs arêtes		Concevoir le patron d'un polyèdre observé						
Décrire ces polyèdres en utilisant le lexique spécifique F20 F11		Identifier un polyèdre à partir d'une fiche d'identité						
Justifier le choix du patron ou du polyèdre		Colorier les faces d'un polyèdre conformément au patron en couleur						
Identifier le sommet commun à plusieurs arêtes		Colorier les faces du patron conformément au polyèdre en couleur						
Identifier les arêtes communes à un sommet		Placer des signes distinctifs sur les faces d'un polyèdre conformément au patron présenté et inversement.						

Observer, nommer, décrire, argumenter	Reconnaître	Représenter, se représenter	Classer	Réaliser, construire, manipuler	Lire, écrire	Utiliser l'outil informatique	Reconnaître et décrire des œuvres visuelles	Pratiquer le dessin et diverses formes d'expressions visuelles et plastiques
Justifier le choix du patron ou du polyèdre		Sur un patron, colorier les arêtes qui vont coïncider lors de sa construction						
Justifier l'élimination des intrus parmi des patrons ou des polyèdres F16		Colorier les faces d'un patron ou d'un polyèdre en respectant des contraintes (face adjacentes aux couleurs différentes, faces opposées de mêmes couleurs)						
Justifier un classement de solides, de polyèdres ou de patrons F1 , F2								

Ressources pour les enseignants

- **Un parcours d'activités**

Il est possible de s'inspirer d'un parcours d'activités mises en œuvre par F. Gaudel (président de l'association science ouverte – partenaire du groupe mathématique 93)
Son approche consiste à s'intéresser à l'utilisation d'objets pour favoriser une activité mathématique vivante.

- **Un polyèdre, symbole de l'eau**

Ce site présente une exposition de 2002 qui s'intitulait : Polyèdres : art ou mathématique.

<http://www.ulb.ac.be/eau/docs/gattidegamond/marcdemopolygattiz.pdf>

- **Une banque de ressources en mathématiques**

Ce site propose une table des matières concernant des polyèdres :

<ul style="list-style-type: none">▪ Du cylindre au tétraèdre▪ La famille des pavés▪ Polyèdres ...▪ De superbes patrons▪ Patrons de polyèdres▪ Prismes et anti prismes▪ Notation de Schäfli▪ Polyèdres uniformes▪ Polyèdres de PLATON▪ Les deltaèdres convexes▪ 5 + 13 polyèdres▪ Polyèdres fil de fer 1▪ Polyèdres fil de fer 2	Polyèdres fil de fer 3 <ul style="list-style-type: none">▪ Le site des polyèdres▪ Les Patrons d'un cube▪ Le logiciel poly▪ Le seul tétraèdre▪ Les 2 pentaèdres▪ Les 7 hexaèdres▪ Les 34 heptaèdres▪ Les solides de KEPLER▪ Solides non convexes▪ Le dodécaèdre calendrier▪ Un triacontaèdre▪ Sections d'un cylindre
---	---

<http://www.jlsigrist.com>

- **Le site de Jean-Jacques Dupas**

Ce site propose des vidéos présentant des activités de construction de polyèdres. Les premières séances s'adressent aux écoliers ; les suivantes au second degré. Ces vidéos sont accompagnées de documents complémentaires résumés : plus de 300 polyèdres classés par famille avec photos de maquettes et fiches descriptives.



<http://www.math.ens.fr/culturemath/video/Dupas-polyedres/Dupas-index.htm>

- **Le site « Maths magic »**

Pour aller au pays des Mathématiques magiques malicieuses solides et... très sérieuses.



<http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/index.htm>

- **Des Polyèdres animés**

Ce site propose :

Des excursions dans l'espace 3D pour visualiser et manipuler les polyèdres sous tous les angles à l'aide de la souris.

- Quelques excursions dans l'espace : des polyèdres animés
- Quelques mots sur les polyèdres
- Une rubrique « autour du cube »

<http://nvogel.pagesperso-orange.fr/Dossiers/indexe.html>

- **Le site TFM (Télé- Formation Mathématiques) de l'Académie de Créteil**
rubrique Espace et Géométrie → Les objets géométriques en 3 dimensions

<http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/>

- **Visites :**

L'exposition « Polyèdres » du Palais de la Découverte (salle « Mathématiques », visite libre).

<http://www.palais-decouverte.fr/index.php?id=339>

La Collection des minéraux de l'Université Pierre et Marie Curie – Esplanade de Jussieu

<http://www-int.impmc.upmc.fr/public/collection/>

Ressources pour conduire les TUICE

- **Apprenti géomètre** [Télécharger ici](#) (cliquer sur agpc)

Apprenti Géomètre est un logiciel interactif conçu comme une aide à l'enseignement des mathématiques. Il a été réalisé par une équipe de chercheurs du CREM.C' est un logiciel libre et gratuit qui permet de créer à l'écran des formes géométriques de base, puis d'agir sur ces objets à l'aide d'une série d'outils. Le logiciel offre deux options au démarrage.

Le kit standard qui permet de faire apparaître très facilement à l'écran des figures géométriques simples triangles, quadrilatères, cercles de dimensions prédéfinies, **le kit libre** qui laisse plus d'initiative à l'élève en ce qui concerne la taille et la position des objets. On peut réduire agrandir transformer des figures par rotation, symétrie etc., on peut accrocher des figures sur une grille comme sur un géoplan.

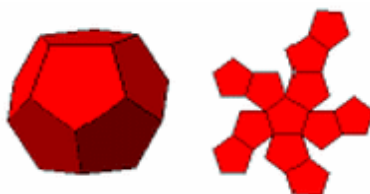
Des aides au format pdf sont disponibles [pour la prise en main du logiciel](#) ainsi que des [propositions d'activités](#).

De nombreuses ressources pour Apprenti géomètre sont accessibles sur le site : <http://www.enseignement.be/geometre/>

- **Poly** permet de visualiser les polygones en 3D, de les faire pivoter, de les déplier et de copier le résultat dans un logiciel de traitement de texte ou de dessin. Ce logiciel est gratuit à des fins d'évaluation et de démonstration. Le site de l'éditeur : <http://www.peda.com/poly>

Téléchargement : Cliquer sur Downloads > Download Poly 1.12 for Windows.

Usage pertinent avec un vidéo projecteur ou un TNI.

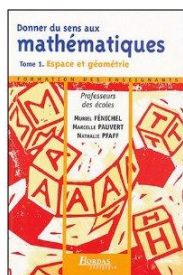


Bibliographie

- ERMEL CE tome 1-1978- et ERMEL CM tome 2 1982 (SERMAP/HATIER)



- Revue Grand N publiée par l'IREM de Grenoble
Nos 22, 23, 26, 28, 30, 32, 45 et 47
Ces numéros sont gratuits en ligne :
http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/presentation.php
- Donner du sens aux mathématiques Tome 1, Espace et géométrie de Muriel Fénichel, Marcelle Pauvert, Nathalie Pfaff



- **Activités géométriques autour des solides**



Auteurs : Catherine Taveau et Hélène Gosset, Préface de Jean-Louis Durpaire, Inspecteur général de l'Éducation nationale

Editeur : CRDP de l'académie de Paris

Niveau : Primaire - Cycle 3 – Collège **Référence :** 750LIV09

ISBN/ISSN 978-2-86631-167-4/1624-2467.

