Direction des services départementaux
de l'éducation nationale de la Seine-Saint-Denis
www.dsden93.ac-creteil.fr

FAIRE ENTRER L'ÉCOLE DANS L'ÈRE DU NUMÉRIQUE
#EcoleNumerique

Semaine des mathématiques 2024

Aide à la mise en œuvre des photo-défis
Eléments de correction pour le Cycle 2

RESPECT : SOYONS FAIR-PLAY, SERRONS-NOUS LA MAIN AU BASKET !

Objectif

Il s'agit d'un problème qui amène la formulation d'une conjecture et la production de preuve. C'est un problème qui propose différentes stratégies de résolution (*cf Stratégies pouvant être mises en jeu dans la résolution du défi*). Ce problème correspond aux problèmes de type « les rangements de livres sur une étagère, les dispositions de personnes autour d'une table… » qui permettent aux élèves d'approcher l'analyse combinatoire.

Compétences travaillées

- **Toutes les compétences :**

Il s'agit d'un problème qui amène la formulation d'une conjecture et la production de preuve. C'est un problème qui propose différentes stratégies de résolution (*cf Stratégies pouvant être mises en jeu dans la résolution du défi*). Ce problème correspond aux problèmes de type « les rangements de livres sur une étagère, les dispositions de personnes autour d'une table… » qui permettent aux élèves d'approcher l'analyse combinatoire

Matériel :

- La fiche « photo-défi » indispensable pour résoudre les problèmes

Difficultés liées à cette activité

- Commun à tous les niveaux : l'élève doit prendre en compte le fait qu'un joueur ne se serre pas la main lui-même ainsi que le dernier joueur qui lui, a serré la main de tous les autres.
- Les termes « coéquipiers » et « adversaires » doivent être explicités afin de lever toute ambiguïté. De plus, le terme salue équivaut à une poignée de main
- Pour les niveaux supérieurs, l'élève doit également prendre en compte le nombre total d'arbitres dont le nombre n'est pas toujours mentionné dans l'énoncé. Seule, la représentation du terrain permet d'en déterminer le nombre.
- Concernant le degré de difficulté 3, la prise en compte collective des poignées de main n'est plus valable. Chaque individu serre la main à tous les autres adversaires. Puis l'ensemble des joueurs serrent la main aux arbitres : ce qui implique une autre modélisation.

Degré de difficulté 1

A l'issue d'un match de basket entre la France et l'Espagne, tout le monde se serre la main. Chaque joueur salue ses adversaires et ses coéquipiers. Combien de poignées de main seront données en tout ?

On considère dans le premier défi que 10 personnes sont impliquées dans la situation : 5 joueurs français et 5 joueurs espagnols.

Point de vigilance : Sur la photo, les deux arbitres sont visibles et se serrent la main entre eux. Attention à bien les identifier avec les élèves (ils sont au premier plan et portent une chasuble noire) afin de ne pas les prendre en compte dans le calcul des poignées de main entre joueurs.

Le premier joueur serre la main aux 9 autres, cela représente 9 poignées de main. Le second joueur a déjà serré la main au premier, il ne lui reste donc que 8 poignées de main à donner…etc …jusqu'au dernier joueur qui a déjà serré la main à toutes les personnes.

On multiplie donc le nombre de poignées de main possible (n – 1) par la moitié du nombre de personnes. La situation peut se représenter mathématiquement par l'opération suivante :

$$\frac{n}{2} \times (n-1) ou \frac{n^2 - n}{2}$$

Pour 16 personnes qui se serrent la main, nous avons donc :

$\frac{10}{2} \times (10-1)=$ **5 x 9 = 45** ou $\frac{10^2-10}{2} ou \frac{100-10}{2}$ = **90 : 2** = **45**

Pour les élèves, l'utilisation de l'addition sera privilégiée: 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = **45 poignées de main.**

Degré de difficulté 2

A l'issue d'un match de basket entre la France et l'Espagne, tout le monde se serre la main. Chaque joueur salue ses adversaires, ses coéquipiers et les 2 arbitres. Combien de poignées de main seront données en tout ?

Point de vigilance : Ne pas oublier de prendre en compte les deux arbitres qui se serrent la main entre eux comme visible sur la photo.

On considère dans le second défi que 12 personnes sont impliquées dans la situation : 5 joueurs français, 5 joueurs espagnols et 2 arbitres.

Pour 12 personnes qui se serrent la main, nous avons donc :

$\frac{12}{2} \times (12-1)=$ **6 x 11 = 66** ou $\frac{12^2-12}{2} ou \frac{144-12}{2}$ = **132 : 2** = **66**

Pour les élèves, l'utilisation de l'addition sera privilégiée: 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = **66 poignées de main.**

<u>Degré de difficulté 3</u>

A l'issue d'un match de basket entre la France et l'Espagne, chaque joueur serre la main des joueurs de l'équipe adverse. Puis tous les joueurs saluent les 2 arbitres. Combien de poignées de main seront données en tout ?

On considère dans le troisième défi qu'il y a 12 personnes impliquées mais pas de la même manière que dans les situations précédentes. En effet, les deux arbitres ne se serrent pas la main entre eux.

Plusieurs calculs sont possibles, selon la manière dont on envisage la situation :

- On peut considérer d'abord les 5 joueurs français qui serrent la main aux 5 espagnols (5x5), puis considérer les 5 joueurs français qui serrent la main aux deux arbitres (5x2) et enfin les 5 joueurs espagnols qui serrent la main au deux arbitres (5x2)

  5 x 5 + 5 x 2 + 5 x 2 = 25 + 10 + 10 = **45 poignées de main**

- On peut considérer d'abord les 5 joueurs français qui serrent la main aux 5 joueurs espagnols (5 x 5) puis les 10 joueurs français et espagnols qui serrent la main aux 2 arbitres (10 x 2, ou 5 x 2 x 2).

  5 x 5 + 2 x 5 x 2 = 25 + 10 x 2 = 25 + 20 = **45 poignées de main.**

  ou

  5 x 5 + 10 x 2 = 25 + 20 = **45 poignées de main**

- On peut considérer d'abord que les 5 joueurs français serrent la main à 7 personnes (les 5 joueurs espagnols et les 2 arbitres) puis que les 5 joueurs espagnols serrent la main aux 2 arbitres (ils ont déjà serré la main aux joueurs français.

  5 x (5 + 2) + 5 x 2 = 5 x 7 + 5 x 2 = 35 + 10 = **45 poignées de main**

Pour chacune de ces situations, l'utilisation de l'addition réitérée pourrait être privilégiée par les élèves (exemple : $\underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{5 \times 5} + \underbrace{5 + 5}_{5 \times 2} + \underbrace{5 + 5}_{5 \times 2}$ = **45 poignées de main**)

TOURNOI DE RUGBY À 7

Du côté historique

L'histoire olympique du rugby s'étale sur plusieurs périodes :

- Une première, vers la rénovation des JO où il se pratiquait à quinze avec 4 tournois en 1900, 1908, 1920 et 1924
- Depuis les Jeux de Rio, en 2016, le rugby fait son grand retour sur la scène olympique dans sa version à sept joueurs pour des tournois féminin et masculin disputés par 12 équipes chacun.

C'est l'équipe masculine des Fidji qui a remporté la médaille d'or à Rio et à Tokyo. La prometteuse équipe de France U18 championne d'Europe en 2021 sera-t-elle présente au rendez-vous parisien ?

Du côté féminin, c'est l'Australie qui remporte la médaille d'or à Rio et la Nouvelle-Zélande à Tokyo en battant l'équipe de France féminine en finale. Un nouvel espoir de médaille pour l'équipe de France féminine au Stade de France ?

Point de vigilance : une information à prendre en considération n'est pas sur l'image

« Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. […] On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais qui nécessitent des recherches avec tâtonnements. »

Programme du Cycle 2 - BOEN n°31 du 30 juillet 2020

Objectif

- Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.

Compétences travaillées

- **Chercher**, par ex. tester, essayer plusieurs pistes pour trouver le nombre de rencontres du tournoi
- **Modéliser**, par ex. réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements
- **Représenter**, par ex. appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul…)
- **Raisonner**, par ex. anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul
- **Calculer**

Matériel

- La fiche « photo-défi » indispensable pour résoudre les problèmes

Difficultés liées à cette activité

- Comprendre que 5 équipes participent au tournoi et qu'il y a 7 joueurs par équipe.
- Apprendre à organiser sa recherche

- Les termes organisateurs, vestiaires, rencontres doivent être explicités afin de lever toute ambiguïté. D'autre part, les élèves doivent comprendre que chaque équipe affrontera toutes les autres équipes une fois et une seule.
- Contrairement au tournoi olympique, les équipes n'ont pas de remplaçant. Chaque équipe est constituée d'exactement 7 joueurs.

Degré de difficulté 1
Les organisateurs veulent offrir une médaille de participation à tous les joueurs. Combien de médailles ont-ils prévues ?

Il s'agit de résoudre un **problème relevant du champ multiplicatif**.

« L'essentiel est de participer ! » Les organisateurs souhaitent donc récompenser tous les joueurs en leur offrant une médaille.

Point de vigilance au niveau de la compréhension du problème : comprendre qu'il y a encore des joueurs dans le vestiaire. Finalement, l'image peut devenir une source d'erreur.

Ce problème ne nécessite pas l'utilisation de l'image mais peut permettre à certains de visualiser les 7 joueurs d'une équipe. Il suffit ensuite de considérer les 5 équipes et on obtient : 5 x 7 joueurs = 35 joueurs. Il faut donc prévoir autant de médailles soit **35 médailles**.

Degré de difficulté 2
Les équipes commencent à sortir des vestiaires et arrivent sur le terrain. Combien de joueurs sont encore dans les vestiaires ?

« Il s'agit ici d'un problème qui va se traiter comme une succession de problèmes en une étape, chacune déterminant des étapes intermédiaires qui vont permettre d'aboutir à la solution recherchée. »[1]

Points de vigilance au niveau de la compréhension du problème :

- Comprendre qu'il y a encore des joueurs dans le vestiaire et que l'image représente les joueurs déjà présents sur le terrain.
- Comprendre que les équipes sont soit sur le terrain soit dans les vestiaires.

3 équipes de 7 joueurs sont déjà présentes sur le terrain.

Quelques stratégies envisageables

Stratégie A : 5 équipes participent au tournoi dont 3 sont sur le terrain. Il reste donc 5 équipes – 3 équipes = 2 équipes dans le vestiaire. Il y a 7 joueurs par équipes donc il y a 2 x 7 joueurs = **14 joueurs** dans les vestiaires.

Stratégies B_1 et B_2 : Je sais qu'il y a 35 joueurs dans le tournoi. Je compte les joueurs sur le terrain (B_1 : un à un ou B_2 : 3 x 7 joueurs = 21 joueurs). Je soustrais du nombre total de joueurs (35) le nombre de joueurs présents sur le terrain (14) et j'obtiens : 35 joueurs – 21 joueurs = 14 joueurs. **14 joueurs** sont encore dans les vestiaires.

[1] https://eduscol.education.fr/document/32206/download

Degré de difficulté 3

Toutes les équipes vont rencontrer les autres une seule fois. Les organisateurs programment deux rencontres par jour. Combien de jours va durer le tournoi ?

Il s'agit d'un problème qui **peut** nécessiter une étape intermédiaire : trouver le nombre de rencontres. Ce type de problèmes permet aux élèves d'approcher l'analyse combinatoire au même type que les problèmes de « serrage de mains ». Cependant, les élèves peuvent résoudre ce problème en adoptant d'autres stratégies.

Chaque équipe va rencontrer toutes les autres équipes une fois et une seule. Il y aura donc **10 rencontres** en tout.

- La première équipe affronte 4 équipes ce qui représente 4 rencontres.
- La deuxième équipe affronte elle-aussi 4 équipes mais l'affrontement contre la première équipe a déjà été comptabilisé ce qui représente 3 nouvelles rencontres.
- La troisième équipe affronte elle-aussi 4 équipes mais les affrontements contre la première équipe et la deuxième équipe ont déjà été comptabilisés ce qui représente 2 nouvelles rencontres.
- La quatrième équipe affronte elle-aussi 4 équipes mais les affrontements contre les première, deuxième et troisième équipes ont déjà été comptabilisés ce qui représente 1 nouvelle rencontre, celle contre la cinquième équipe.

Stratégie A : en s'organisant pour obtenir toutes les possibilités
Une liste manuscrite, un schéma explicatif ou en organisant les rencontres sous forme d'un tableau

	Équipe 1	Équipe 2	Équipe 3	Équipe 4	Équipe 5
Équipe 1					
Équipe 2	#1				
Équipe 3	#2	#5			
Équipe 4	#3	#6	#8		
Équipe 5	#4	#7	#9	#10	

Le tableau fait apparaitre clairement les 10 rencontres. Puis, diviser le nombre de rencontres par le nombre de rencontres par jour : 10 : 2 = 5. Le tournoi va durer **5 jours**.

Stratégie B : Répartir les rencontres par journée, construire le programme du tournoi

Par ex. :

1. Journée #1 : A vs B et C vs D
2. Journée #2 : E vs A et B vs C
3. Journée #3 : D vs E et A vs C
4. Journée #4 : B vs D et C vs E
5. Journée #5 : A vs D et B vs E

Je compte ensuite le nombre de jours : 5.

LA NATATION : Les tenues

Degré de difficulté 1
Trouve toutes les façons d'habiller un nageur avec les bonnets et les slips.

Point de vigilance : l'important est de trouver les différentes façons de s'habiller et non d'utiliser tous les accessoires de natation.

Les bonnets et les slips posés au sol et placés dans le panier sont de 4 couleurs (rouge, bleue, jaune et vert). Sur l'image figure un personnage. Cet élément peut aider les élèves à comprendre la situation.

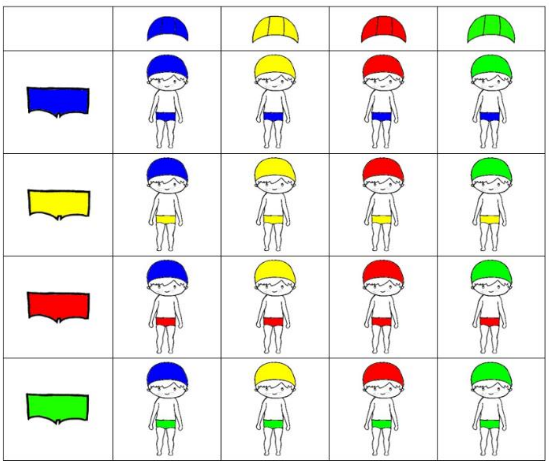
Mettre à disposition des élèves **du matériel de manipulation**.
- Niveau 1 : du **matériel tangible**, **objets tangibles proches de la réalité**. Par exemple, des morceaux de tissus de couleur découpés en forme de bonnet ou maillot de bain.
- Niveau 2 : du **matériel tangible figuratif**. Par exemple, des formes géométriques colorées (rectangles pour les maillots et triangles pour les bonnets)
- Niveau 3 : du **matériel figuratif**, une **représentation imagée des objets à manipuler**. Par exemple les cartes à imprimer fournies dans les défis.

A l'aide de matériel de manipulation, les élèves vont devoir associer les différents éléments. Dans un premier temps, les associations risquent d'être aléatoires. A l'aide d'un étayage langagier, il conviendra d'amener les élèves à organiser leurs recherches pour être plus efficaces, en entrant par exemple par la variable bonnet : si on met un bonnet bleu, quelles tenues peut-on former avec les maillots de bain ?

Le nombre d'images à disposition pourra être une variable : on peut donner la bonne quantité d'objets pour former toutes les tenues (4 slips, 4 bonnets de chacune des 4 couleurs) ou bien un seul objet de chaque sorte et de chaque couleur, ce qui amènera les élèves à trouver un moyen de garder trace de leurs propositions et de passer à la représentation des différentes possibilités.

Ce **problème de produit cartésien de 2 ensembles** (slips et bonnets) peut être présenté sous forme de tableau.

Le produit cartésien de deux ensembles est l'ensemble de tous les couples dont la première composante appartient au premier ensemble et la seconde au second ensemble. L'ensemble des solutions est l'ensemble des couples constitués d'un slip et d'un bonnet, c'est-à-dire l'ensemble des tenues complètes que l'on peut constituer. On peut représenter l'ensemble de ces solutions en construisant un arbre ou un tableau. *(Voir guide Résolution de problèmes au CM p.33)*



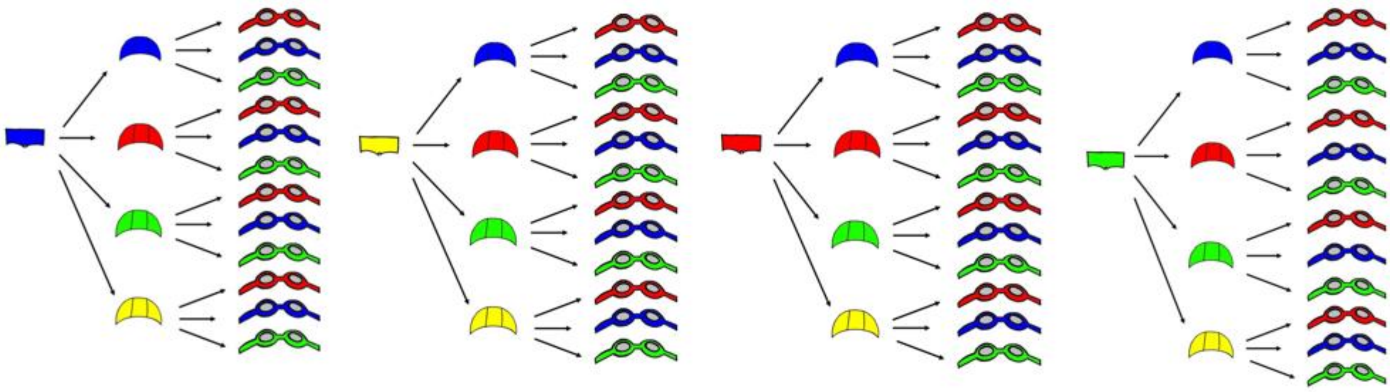
Ce problème peut être résolu en dénombrant les éléments du tableau, mais il peut aussi être résolu plus directement, sans passer par une énumération des différentes tenues.

C'est en effet un **problème multiplicatif à une étape** : la réponse au problème est apportée par la multiplication 4x4. Cependant, modéliser ce problème par une multiplication ne va pas de soi tant que la multiplication est simplement associée aux situations où une même quantité est répétée plusieurs fois : ici, l'énoncé ne fait pas apparaître de répétitions. Le tableau permet néanmoins de faire le lien avec le sens « addition itérée » de la multiplication : par exemple, on peut considérer que pour chacun des 4 bonnets, on peut choisir un des 4 slips, ce qui donne 4 x 4 tenues possibles. De plus, de la même manière, on peut considérer que pour chacun des 4 slips, on peut choisir un des 4 bonnets, ce qui donne 4 x 4 tenues possibles. Ces deux façons de choisir répondent bien au même problème ; on a donc 4 x 4 = 16.

Cet exemple illustre le fait que les problèmes impliquant des produits cartésiens sont généralement difficiles à résoudre pour les élèves, car ils sont en décalage avec la conception intuitive de la multiplication comme addition itérée. Ils facilitent cependant la compréhension de la propriété de commutativité de la multiplication.

Degré de difficulté 2
Combien de tenues différentes les nageurs peuvent-ils avoir avec les slips, les bonnets et ces lunettes.

Pour ce problème de produit cartésien de trois ensembles, l'utilisation d'un tableau proposé dans le cas d'un produit cartésien de deux ensembles n'est plus possible du fait des trois entrées. Un arbre est sans doute le moyen le plus efficace pour s'assurer de l'exhaustivité des équipements complets trouvés.



Degré de difficulté 3
L'entraineur demande aux nageurs de choisir chacun des éléments de leur équipement d'une couleur différente. Trouve toutes les façons dont les nageurs peuvent s'habiller.

Si les élèves ont résolu le défi de niveau 2, il leur suffira d'exclure les équipements qui comportent au moins 2 éléments de la même couleur.

Sinon, se référer aux procédures du défi de degré 2, en excluant les équipements qui comportent au moins 2 éléments de la même couleur.

GRILLE DES RENCONTRES JUDO FEMININ MOINS DE 63 KG TOKYO 2020

Degré de difficulté 1
Combien de combats a remportés la Française pour devenir championne olympique lorsque 8 pays étaient encore en compétition ? Combien y a-t-il eu de combats organisés en tout ?

Les élèves peuvent directement identifier les réponses à ces deux questions à partir de la lecture de la grille des rencontres, à la condition que celle-ci soit comprise. Il s'agit donc pour les élèves de prendre des informations contenues dans un tableau de ce type.

Prérequis : dans la perspective de ce défi, envisager de mettre en œuvre, en classe, un travail sur le repérage dans un tableau et la lecture d'une grille de championnat

Pour répondre à la première question, les élèves peuvent avoir des difficultés à comprendre que lorsqu'il est indiqué le nom d'un pays dans le tableau, il s'agit en fait d'une judoka représentant son pays qui va mener le combat.

Ici, « France », signifie que c'est la combattante française qui participe aux combats.

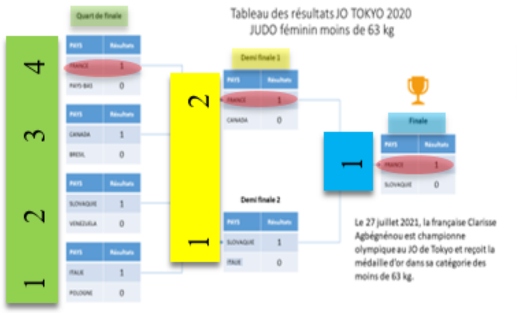
Les élèves devront donc repérer dans le tableau qu'elle participe à 3 combats en tout.

Comme elle gagne son combat en quart de final, elle peut combattre en demi-finale, et comme elle gagne en demi-finale, elle peut combattre en finale.

Pour pouvoir répondre correctement à la question, les élèves ne doivent pas seulement comprendre qu'elle a participé à 3 combats, mais qu'elle les a tous remportés. Pour percevoir qu'elle a gagné le dernier (celui de la finale), ils doivent repérer qu'elle à 1 (point) et son adversaire 0 (point).

Pour répondre à la deuxième partie de la question, les élèves doivent repérer les 8 pays encore en compétition et comprendre qu'ils s'affrontent deux par deux ; ce qui explique qu'il n'y a pas 8 combats, mais 4 en quart de finale. Le judo est en effet un sport durant lequel deux opposants combattent l'un contre l'autre. *Il peut être nécessaire d'expliquer que la sélection des adversaires dépend des matchs précédents et des tirages au sort*.

Les élèves doivent également comprendre que seuls les vainqueurs de chaque combat peuvent combattre lors de l'épreuve suivante (les perdants sont éliminés du tournoi).



4 combats + 2 combats + 1 combat = 7 combats

Quart de finale : 8 combattants de 8 pays différents participent au quart de finale. Les combattants s'affrontent deux par deux ; il y a donc 4 combats.

Demi-finale : Les vainqueurs des 4 combats s'affrontent ensuite en demi-finale. Les combattants s'opposent deux par deux ; il y a donc 2 combats.

Finale : Les vainqueurs des 2 combats s'affrontent en finale lors du dernier combat.

La française a remporté 3 combats lorsque 8 pays étaient encore en compétition.

7 combats, en tout, ont été organisés pour déterminer la médaille d'or.

Degré de difficulté 2

Combien de combats doit remporter la Française pour devenir championne olympique lorsque 16 pays sont en compétition ? Combien y a-t-il eu de combats organisés en tout ?

Les combats et les résultats sont représentés dans un tableau sous forme d'arbre dont le nombre de branches se réduit au fur et à mesure, puisqu'après chaque match une combattante sur deux est éliminée.

Ce type de tableau permet de visualiser rapidement les pays en compétition, ainsi que ceux qui vont s'opposer entre eux. Il permet également de mettre en évidence le nombre de matchs suivants et ceux qui y participeront. Ce tableau en arbre suit des règles de proportionnalité qui permettent de le concevoir en avance avant même de pouvoir en compléter les cases dès lors qu'on connait le nombre de participants au début de la compétition.

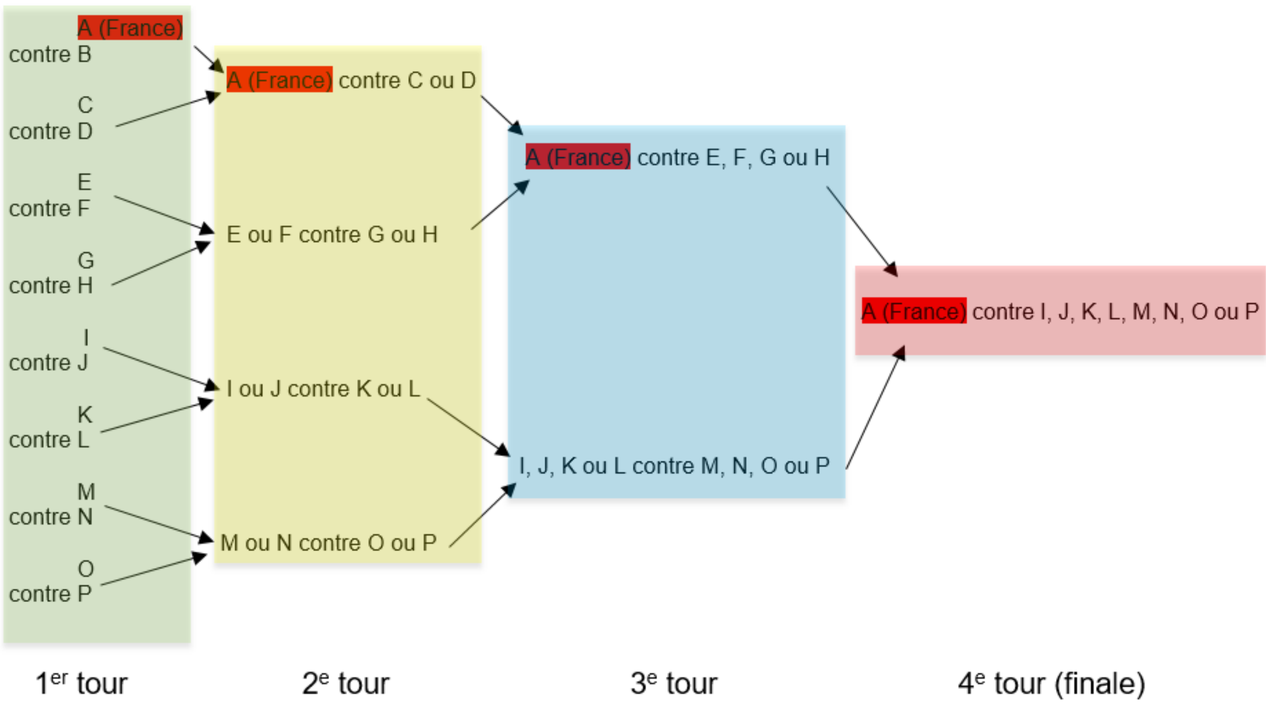
Pour répondre à ces deux questions, les élèves doivent donc transférer ce qu'ils ont compris précédemment, à savoir qu'il y a deux fois plus de combattants que de combats, étant donné que les matchs opposent deux combattants de nationalité différente.

Pour passer d'une épreuve à une autre (quart→demi…) le nombre de participantes et le nombre de combats sont donc deux fois plus petits à chaque fois (situation de proportionnalité).

Les élèves peuvent recourir à deux procédures :

- **Première procédure :** en dessinant/représentant les 16 combattantes.

Cela nécessite un certain niveau d'abstraction, car les élèves ne connaissent pas le nom des 16 pays et devront trouver une solution pour les différencier dans leur schéma (lettres par exemple). Ils devront ensuite penser à attribuer l'un des symboles (lettre par exemple) à la France, donc à la combattante française. Enfin, ils devront tenir compte du fait que la France devra être victorieuse à chacun de ses matchs (éliminant ses adversaires) pour pouvoir participer au match suivant. Ici, nous ferons le choix d'attribuer la lettre A à la France. Visuellement, les 4 combats de la Française apparaissent et les 15 combats de la compétition apparaissent également.



- **2ème procédure :** en appliquant les principes mathématiques vus précédemment et en se servant de leur connaissance des moitiés.

S'il y a 16 combattantes au départ, cela signifie qu'il y aura 8 combats (deux fois moins de combats que de combattantes, donc la moitié de 16) au premier tour.

Les 8 gagnantes de chacun des 8 combats participeront au tour suivant et s'affronteront deux par deux ; il y aura donc 4 combats (deux fois moins de combats que de combattantes, donc la moitié de 8) au 2e tour (quart de finale). Les 4 gagnantes de chacun des 4 combats participeront au tour suivant et s'affronteront deux par deux ; il y aura donc 2 combats (deux fois moins de combats que de combattantes, donc la moitié de 4) au 3e tour (demi-finale). Les 2 gagnantes de chacun des 2 combats participeront au tour suivant et s'affronteront l'un contre l'autre ; il y aura donc 1 combat (deux fois moins de combats que de combattantes, donc la moitié de 2) au dernier tour (la finale).

Cette réflexion amène les élèves à concevoir qu'il **y a 4 « tours/phases » en tout lors d'une compétition s'il y a 16 combattants au départ.** Or si la combattante française est victorieuse à la fin de la compétition, cela signifie qu'elle a participé à tous les tours et qu'elle a gagné tous ses combats, donc 4 combats.

Concernant le nombre total de combats, les élèves peuvent également appliquer le constat mathématique lié aux moitiés et additionner tous les combats de chaque tour:

- 1er tour : 16 participantes → 8 combats
- 2e tour : 8 gagnantes → 4 combats
- 3e tour : 4 gagnantes → 2 combats
- 4e tour/dernier tour : 2 gagnantes → 1 combat

Ainsi le nombre total de combats est : 8 + 4 + 2 + 1 = 15

Degré de difficulté 3

Si 31 combats ont été organisés, combien y avait-il de pays en compétition au début du tournoi ?

Plusieurs procédures sont possibles :

- 1ère procédure

Les élèves peuvent être amenés à observer les réponses précédentes et à réaliser qu'un tournoi avec 8 pays nécessite 7 combats en tout et qu'un tournoi avec 16 pays en compétition nécessite 15 combats en tout. Cette observation permet de constater qu'il y a à chaque fois 1 combat de moins que de participants au départ. Ils peuvent donc supposer que pour 31 combats en tout, il y aura 1 combattant de plus au départ que le nombre de combats total, soit 32 pays en compétition au début du tournoi.

- 2ème procédure

Les élèves peuvent également partir du match final et remonter le temps en se disant que chaque phase du tournoi qui en précède une autre avait deux fois plus de matchs que dans la phase suivante. Ainsi, ils peuvent faire les liens suivants :

Finale →1combat	Demi-finale →2 combats	Quart →4 combats	Tour précédent (8e de finale) →8 combats	1er tour du tournoi →16 combats
1 combat en tout	3 combats en tout (2+1)	7 combats en tout (3+4)	15 combats en tout (7+8)	31 combats en tout (15+16)

Une fois que les élèves ont atteint les 31 combats dont il est question dans la consigne, ils peuvent raisonner de la manière suivante :

D'après le tableau ci-dessus, lorsqu'il y a eu 31 combats en tout dans le tournoi, cela signifie qu'il y a eu 16 combats lors de la première phase. Or, sachant que pour chaque combat il y a forcément 2 adversaires qui s'opposent, s'il y a 16 combats, cela signifie qu'il y a 32 combattants en tout au début de la compétition (16 x2), donc 32 pays.

LE MARATHON

Anecdote

Le Marathon olympique de Paris 2024 présente un profil sportif inédit, avec des dénivelés globaux entre le départ et l'arrivée de + 438 m et – 436 m. C'est un parcours unique, spécialement conçu pour les Jeux de Paris 2024 ; exigeant et technique.

Mise au point lexicale

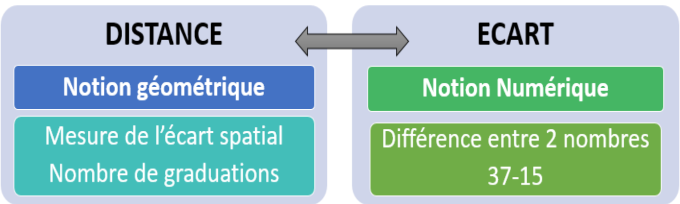
Il peut être utile de familiariser les élèves avec l'univers de la course de fond et le vocabulaire qu'ils vont rencontrer dans les différents énoncés.

Le marathon est un sport de course à pied (d'athlétisme), faisant partie des Jeux olympiques modernes. Pendant un marathon, on doit parcourir à pied une distance de 42 kilomètres et 195 mètres. Pour aider les coureurs à se repérer et à mieux gérer leurs efforts, la distance parcourue est indiquée à chaque kilomètre. Ces repères sont appelés des « bornes ».

Lecture du plan du marathon

Pour les jeunes élèves qui ne sont pas familiers de la lecture de tels plans, la prise d'informations peut s'avérer complexe. Il est possible d'organiser, après avoir laissé un temps de découverte à chacun, une phase collective pour éclaircir quelques éléments (du tracer et de la légende) : les amener à repérer les noms de villes, les nombres indiqués sur les bornes, le sens de la course…

Lien entre distance et écart



Les élèves vont devoir faire des liens entre les distances indiquées sur le plan du Marathon par des bornes kilométriques (**mesure de l'écart spatial = notion géométrique**) et les écarts entre ces bornes (**différence entre 2 nombres = notion numérique**).

Degré de difficulté 1

Est-ce la borne 12 ou la borne 34 qui est la plus proche du Château de Versailles ?

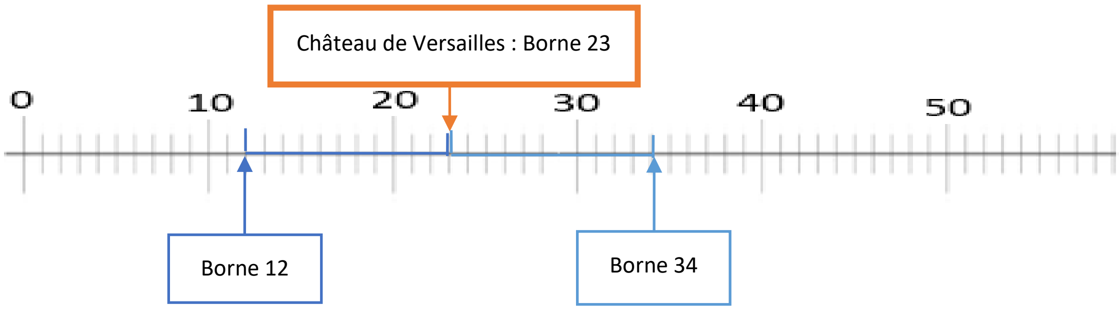
Par lecture sur la carte, on repère la position du Château de Versailles puis le kilomètre qui lui est associé (kilomètre 23 depuis le départ).

Pour savoir quelle borne, entre la 12 (kilomètre 12 depuis le départ) et la 34 (kilomètre 34 depuis le départ) est la plus proche du Château de Versailles, il faut trouver puis comparer les écarts entre 12 et 23 kilomètres, puis entre 23 et 34 kilomètres.

Différentes procédures possibles

- *Procédure visuelle* : on peut avoir une première idée de la réponse par approximation. On pourrait répondre que cela « se voit sur le plan » car le Château de Versailles est placé à l'endroit où le parcours change de sens : les coureurs reviennent presque sur leurs pas car le trajet aller et le trajet retour sont « presque parallèles » sur cette portion du marathon. Comme les deux bornes sont l'une en dessous de l'autre, on peut estimer qu'elles sont à la même distance du château.

- *Procédure par représentation sur la droite graduée* : les élèves placent les bornes et le château puis comptent de 1 en 1 les écarts.



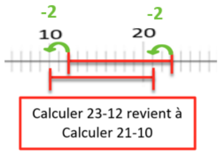
- *Procédure par calcul : calcul des écarts*
Ici il convient d'utiliser une soustraction pour calculer un écart. Or très souvent, la soustraction est comprise (voire enseignée) comme résultat d'une perte ou d'un retrait (recherche de la quantité restante connaissant la valeur initiale et la quantité perdue ou retirée). **Ici, la conception mathématique de la soustraction qui permet d'aboutir à la solution est la recherche d'un écart. Ce problème est donc discordant avec la conception intuitive de la soustraction comme perte**.[2]
De la borne 12 au château : 23 – 12 = 11 kilomètres
Du château à la borne 34 : 34 – 23 = 11 kilomètres
Les deux bornes sont donc à la même distance du château.

Remarque : amener les élèves à trouver la réponse par **un calcul réfléchi**

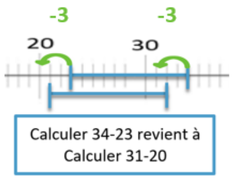
- **En avançant** :
  - De 12 à 20 (8 km), puis de 20 à 23 (3 km), soient 11km
  - De 23 à 30 (7 km), puis de 30 à 34 (4 km), soient 11km

[2] Voir la fiche d'Adaptiv'Math « les conceptions intuitives, une aide et un frein » : https://adaptivmath.fr/storage/files/6W1Q84vpcDPzMukHKcFGaM3zlkqeDsvblEJBr5Uu.pdf
OU la Note du CSEN de juin 2022 « De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique page 12 : https://www.reseau-canope.fr/fileadmin/user_upload/Projets/conseil_scientifique_education_nationale/CSEN_Synthese_structures-mutliplicatives_web.pdf

- **Par conservation des écarts** : *« la différence entre 2 nombres reste identique si on ajoute ou si on retire la même quantité à chacun de ces 2 nombres »*
    - Calculer la différence entre 23 et 12 revient à calculer celle entre 21 et 10 (si on retire 2 aux deux nombres)



    - Calculer la différence entre 34 et 23 revient à calculer celle entre 31 et 20 (si on retire 3 aux deux nombres)



Degré de difficulté 2
Le premier ravitaillement est au dixième kilomètre, puis les suivants sont situés tous les cinq kilomètres.

- **Combien de kilomètres y a-t-il entre le premier point de ravitaillement et le dernier point de ravitaillement ?**

Par lecture sur le plan, on peut savoir que le dernier point de ravitaillement est au kilomètre 40. Pour répondre à la question, il faut trouver l'écart entre le kilomètre 10 et le kilomètre 40. On peut se référer aux procédures détaillées plus haut afin de déterminer qu'il y a 30 kilomètres entre le premier point de ravitaillement et le dernier point de ravitaillement.

- **Combien de ravitaillements y a-t-il sur le parcours du Marathon ?**

Nous nous situons dans le cas où on cherche le nombre « d'objets » (ravitaillements) sur une ligne ouverte avec un « objet » à chaque extrémité.

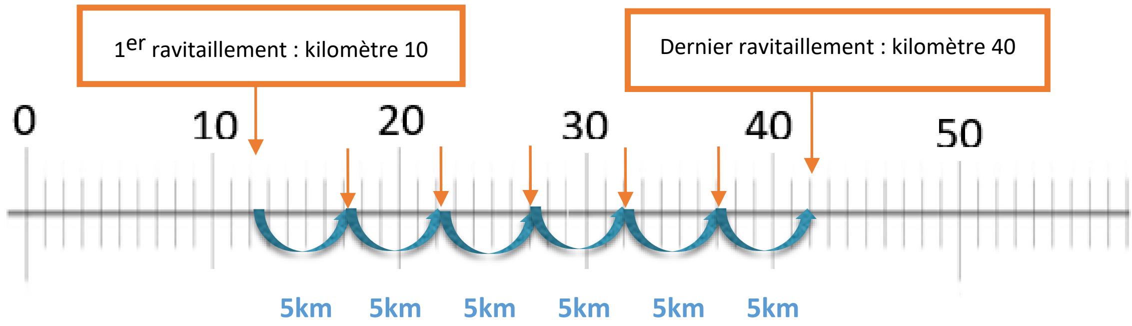
Sur une ligne ouverte avec un objet à chaque extrémité : Nombre d'objets = nombre d'intervalles + 1

Il va falloir trouver combien de ravitaillements il y a encore après le premier. Grâce à la réponse précédente, on sait que 30 kilomètres séparent le premier et le dernier ravitaillement du Marathon. De plus, les ravitaillements sont situés à un intervalle de 5 kilomètres sur le parcours. On va donc chercher combien d'intervalles de 5 kilomètres il y a sur les 30 kilomètres. Cela revient à résoudre un problème de division quotition : on connaît le tout (30km), la valeur d'une part (5km) et on recherche le nombre de parts.

Mais attention : le nombre total de ravitaillements du Marathon sera égal au nombre d'intervalles +1.

Différentes procédures possibles

- <u>*En utilisant la représentation sur la droite graduée*</u> : il y a un ravitaillement tous les 5km entre le kilomètre 10 et le kilomètre 40. On effectue des sauts de 5 km. Chaque saut correspond à un ravitaillement.



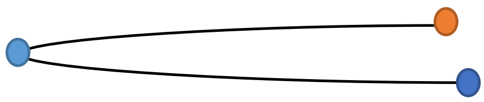
Il y a le premier ravitaillement, puis on a effectué 6 sauts de 5 kilomètres, donc 1 et encore 6, soit 7 ravitaillements sur le parcours du marathon.

- *Par le calcul* : On cherche combien de fois on a 5 kilomètres sur 30 kilomètres. Lorsque les élèves commencent à disposer d'un répertoire de faits numériques mémorisés, notamment les résultats de la table de 5 (c'est le cas des élèves de CE1), ils savent que 30 c'est 6 fois 5. Sinon, ils peuvent représenter la situation (graphiquement ou à l'aide de matériel).

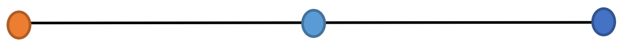
  Puisque 30 kilomètres c'est 6 fois 5 kilomètres, il y a 6 et encore 1 soit 7 ravitaillements sur le parcours du Marathon.

Degré de difficulté 3
Placer les villes traversées par le Marathon sur une demi-droite graduée.

Ce défi demande aux élèves de se représenter le Marathon de manière linéaire en « déployant » le tracé de la course. Il s'agit de passer schématiquement de



à



Il faudra que les élèves repèrent les noms des villes traversées par le Marathon en lisant le plan et comprennent que la ville de Versailles est traversée sur la première portion du marathon (entre le départ et le Château de Versailles) ainsi que sur la seconde (entre le Château de Versailles et l'arrivée).

Pour les aider, on pourra imprimer sur feuille A3 la droite graduée donnée sur la fiche du défi ainsi que les étiquettes suivantes qu'ils pourront utiliser pour placer les principaux repères et les villes sur le parcours. Dans un premier temps, les élèves pourront placer les différentes villes dans l'ordre de leur traversée sans tenir compte des intervalles ; ils pourront prendre comme points de repère les étiquettes des lieux remarquables (« Hôtel de Ville » pour le départ, « Château de Versailles » au 23e kilomètre, « Esplanade des Invalides » pour l'arrivée). Dans un second temps, ils pourront placer les villes sur la droite graduée en fonction des intervalles.

On attend donc des élèves un placement ordonné des villes traversées par le Marathon avec un repérage sur un intervalle (pour certains intervalles, il peut être nécessaire de considérer le kilométrage de la borne de manière approximative).

Ex : Boulogne Billancourt est à placer entre les graduations 12km et 14km. Versailles est à placer entre les graduations 20km et « un peu plus » de 26 km. Les élèves pourront représenter chaque intervalle par un segment coloré.

Matériel :

Villes traversées par le Marathon (étiquettes blanches à imprimer en double) + repères du marathon (étiquettes grises à imprimer en un seul exemplaire)

PARIS | BOULOGNE BILLANCOURT | SÈVRES | VILLE D'AVRAY | VERSAILLES

ISSY-LES-MOULINEAUX | CHAVILLE | MEUDON | VIROFLAY

CHÂTEAU DE VERSAILLES | HÔTEL DE VILLE | ESPLANADE DES INVALIDES