Document d'accompagnement à destination des enseignants

- - + - + - -

Défi n°1 : « Situations problèmes »
Cycle 3

Document d'accompagnement à destination des enseignants
Défi n°1 : « Situations problèmes »

Modalités :

1. **Relever le défi, c'est pour chaque groupe** :
"Décider du choix des 3 problèmes pour franchir au minimum10 points de difficulté", pour les GS sans la contrainte de points.

2. Ces problèmes se caractérisent par :
   - Une absence de solutions immédiates (Problèmes ouverts complexes)
   - Un champ numérique parfois élevé
   - Une présentation inhabituelle
   - Une graduation des problèmes en fonction de leurs difficultés

3. **La résolution doit reposer sur plusieurs temps de recherche :**
   - Une phase de recherche individuelle
   - Une phase d'échanges et de confrontations au sein de groupes constitués de 4 élèves **au minimum**
   - Une phase de rédaction par groupe avec **la démarche de recherche** des élèves suivie du résultat, excepté pour les maternelles.

Les élèves peuvent utiliser tous les outils qui paraissent utiles (manuels, cahiers de leçons, dictionnaires, matériel de mathématiques ou autres, cahier de brouillon, ardoise, outil informatique …).

Nous vous conseillons d'afficher les problèmes plusieurs jours auparavant en classe (pour différer la recherche).

Ils seront lus plusieurs fois afin de faciliter leur appropriation et de permettre aux élèves de choisir.

4. L'engagement dans la tâche est dynamisé par l'enseignant qui incite à relever le défi.
   - Lire et relire les énoncés
   - Encourager, observer
   - Si nécessaire, aider à la mise en route (compréhension de la consigne, s'assurer que le vocabulaire de l'énoncé est connu, notamment le verbe justifier).
   - Favoriser les procédures personnelles des élèves et l'argumentation au sein du groupe
   - Relancer la recherche si celle-ci est bloquée

- L'enseignant est libre d'annoncer ou non les contraintes horaires lors de la mise en œuvre, (à titre d'exemple : 15 min de recherche individuelle, 30 min de concertation…)

5. Chacune des équipes constituées dans la classe sera identifiée par un chiffre romain (I, II, III, IV,….).

La première épreuve du défi sera envoyée dans les circonscriptions en janvier.

C**haque groupe devra justifier et expliquer comment il a fait pour trouver les réponses.**
Le résultat seul ne sera pas pris en compte. En cas de résultat erroné, le raisonnement et les essais seront pris en compte dans la correction.

Des exemples de corrections constructives du défi vous seront communiqués

Cycle 2

A. La carafe - *Organisation et gestion de données*
B. Les cartes à compléments - *Nombres et calculs*
C. les Blocs - Géométrie
D. la basse-cour - *Organisation et gestion de données*
E. Les boîtes - *Nombres et calculs*
F. Le labyrinthe des nombres- *Nombres et calculs*
G. Le tangram - Géométrie
H. La tablette de chocolat (GS) - *Organisation et gestion de données*
H. Les moutons et le loup (CP, CE1) - *Organisation et gestion de données*
I. Le collier (GS)
I. La pyramide (CP, CE1) - *Nombres et calculs*
J. Le photographe - Géométrie

Cycle 3

A. A livre ouvert - *Nombres et calculs*
B. Le spectacle de danse - *Organisation et gestion de données*
C. Le cube - Géométrie
D. Les tartelettes - *Nombres et calculs*
E. Les courses au supermarché - *Nombres et calculs*
F. Algorithmes - *Nombres et calculs*
G. Le 21 - *Nombres et calculs*
H. Renards, poules, vipères et souris - *Organisation et gestion de données*
I. Les horloges - *Grandeurs et mesure*
J. Les arbres - Géométrie

Mise en œuvre :

Cycle 2

Lecture collective des énoncés par l'enseignant

Chaque élève est incité à résoudre au moins 3 problèmes.

La constitution des groupes se fait par l'enseignant :

- en fonction des problèmes choisis, ou
- en fonction du niveau des élèves

Pour les CP/CE1
Les élèves entourent le numéro des problèmes choisis pour relever le défi des 10 points **minimum**

Le groupe confronte les résultats et explicite la démarche mise en œuvre de **3 et seulement 3 problèmes** et rédige les solutions de ces 3 problèmes.

Cycle 3 et 6ème

Lecture individuelle des problèmes.

Chaque élève est incité à résoudre le plus de problèmes possibles

La constitution des groupes se fait par l'enseignant :

- en fonction des problèmes choisis, ou
- en fonction du niveau des élèves

Le groupe se réunit et confronte les résultats.

Il en choisit 3 à résoudre pour
Relever le défi des **10 points minimum**

Le groupe explicite la démarche mise en œuvre et rédige les solutions de **3 et seulement 3 problèmes** ainsi que la démarche mise en œuvre.

Nous vous souhaitons à toutes et tous une excellente 1° épreuve «Résolution de problèmes »

A. A livre ouvert 2 points

Solution : les pages sont 512 et 513

B. Le spectacle de danse 4 points

Objectifs :

- Savoir organiser des informations numériques,
- Construire des représentations.

Compétences visées :

- Tenir compte de plusieurs contraintes pour résoudre un problème,
- Organiser une stratégie de recherche et mettre en œuvre une démarche d'essais et erreurs,
- Associer la multiplication à une situation de combinatoire pouvant être représentée par une arborescence.

Difficulté liée à la situation :

- Il s'agit d'une situation multiplicative de combinatoire

Tee-shirt rouge	Pantalon rouge	Chapeau rouge
		Chapeau jaune
		Chapeau vert
	Pantalon jaune	Chapeau rouge
		Chapeau jaune
		Chapeau vert
	Pantalon vert	Chapeau rouge
		Chapeau jaune
		Chapeau vert

Pour 1 tee-shirt, nous avons 9 possibilités, donc pour 3 tee-shirts nous aurons 27 possibilités

Proposition de déroulement :

- Phase 1 : Comprendre la situation problème,
  Individuel Laisser les élèves résoudre le problème,
  Les inciter à passer par le dessin ou schéma pour comprendre la situation-problème.

  Par groupe Demander aux élèves de comparer les différents schémas et d'expliciter leur stratégie à leur camarade.

- Phase 2 : Organiser une stratégie de recherche et discuter l'efficacité des solutions,
  Inciter les élèves à écrire leur recherche sous forme de calcul,
  Ils doivent expliciter leur démarche.

Pour les élèves de CE2 ou en difficulté, l'enseignant proposera de travailler à partir de schéma puis de comptabiliser le nombre de choix possibles, sans passer par la multiplication.

C. Le cube 4 points

Solutions :

- 8 cubes ont 3 gommettes (les sommets),
- 24 cubes ont 2 gommettes (les arêtes moins les sommets),
- 24 cubes ont 1 gommette (les faces moins les arêtes),
- 8 cubes n'ont pas de gommette (les cubes à l'intérieur n'étant pas en surface du gros cube).

D. Les tartelettes, 3 points

Objectif :

- Résoudre des problèmes relevant des 4 opérations, de la proportionnalité.

Compétences visées :

- Organiser une stratégie de recherche,
- Comparer des nombres décimaux.

Difficulté liée à la situation :

- L'addition de 2 nombres décimaux est programmée à partir du CM1. Toutefois, nos élèves sont confrontés régulièrement à ce type de calcul dans leur vie quotidienne.
  C'est pour cette raison que nous indiquons dans le problème au CE2 : 7euros et 50 centimes et non 7,50€

  A partir de 5 personnes, il est plus avantageux d'acheter une tarte.

  1,60 + 1,60 + 1,60 + 1,60 + 1,60 = 8

  Il est donc plus intéressant d'acheter une tarte pour 6 personnes qui coûtera autant que 5 tartelettes.

  Pour 13 personnes, il faudra acheter une tarte et une tartelette.

  A cette période de l'année, les élèves n'ont pas encore étudié les décimaux, notamment les CM1.
  Ce problème permettra par le biais d'une recherche à plusieurs de les sensibiliser à ces nombres et plus particulièrement de travailler la notion d'unité comme : 0,60 + 0,40 =1
  Ils pratiquent ce calcul régulièrement mais de manière implicite.

  Pour permettre à tous de s'approprier cette notion, il est souhaitable de laisser à disposition des élèves de fausses pièces.
  Ils vivent régulièrement des situations similaires sans jamais expliciter leur démarche.

Proposition de déroulement :

- Phase 1 : Comprendre la situation problème,
  Individuel Laisser les élèves résoudre le problème,
  Mettre à disposition de fausses pièces,
  Par groupe Demander aux élèves de comparer, justifier leurs réponses.

- Phase 2 : Validation par le groupe des réponses et rédaction de la justification,
  Celle-ci peut se faire dans un premier temps à l'aide de pièces.

Prolongement possible :

- Changer les décimaux,
- Repérer quand il sera plus intéressant d'acheter une tarte / tartelettes :
  Trouver la règle de proportionnalité,
  Seule l'addition des nombres décimaux est au programme,
  Toutefois, par le biais d'additions successives et les connaissances des élèves sur la multiplication. Certains pourront aborder la règle par déduction.

E. Les courses au supermarché 4 points

Objectifs :

- Résoudre des problèmes de la vie quotidienne,
- Utiliser les unités de mesure usuelles de la monnaie.

Compétences :

- S'engager dans une procédure de résolution et la mener à son terme,
- Manipuler et expérimenter,
- Maîtriser des informations complexes :
  - utiliser un minimum de pièces sans les utiliser toutes,
  - utiliser un minimum de pièces en utilisant une pièce au moins de chaque valeur.
- Mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions,
- Savoir organiser des informations numériques.

Démarches possibles des élèves :

- Par tâtonnement en utilisant le matériel mathématique « Monnaie » que l'on trouve dans les manuels, fichiers, monnaie en jetons, post-it,…
- *ou* par démarche organisée : les élèves gardent la pièce de plus grande valeur, inférieure au nombre à atteindre.

Solutions et indications mathématiques :

- J'obtiens 13,75 euros en utilisant le minimum de pièces :
  6 pièces de 2 €, 1 pièce de 1€, 1 pièce de 50 cts, 1 pièce de 20 cts, et 1 pièce de 5 cts
- J'obtiens 13,75 euros en utilisant le minimum de pièces mais avec une pièce au moins de chaque valeur :
  5 pièces de 2 €, 2 pièces de 1€, 2 pièces de 50 cts, 2 pièces de 20 cts, 2 pièces de 10 cts, 2 pièces de 5 cts, 2 pièces de 2 cts, 1 pièce de 1 ct.

- Je donne 20,05 euros pour régler 14,25 euros. La caissière va donc me rendre 5,80 euros.
  Elle peut me donner : 2 pièces de 2 €, 1 pièce de 1€, 1 pièce de 50 cts, 3 pièces de 10 cts
  ou, 5 pièces de 1€, 8 pièces de 10 cts
  ou, …

Prolongements :

- Varier les sommes,
- Introduire les billets,
- Proposer des situations de calcul mental.

F Algorithmes, 3 points

Objectif :

- Développer la rigueur et le goût du raisonnement en mathématiques.

Compétences mobilisées au cycle 3 :

- Calculer mentalement en utilisant les quatre opérations,
- Utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux.

Difficulté liée à la situation :

La difficulté pour l'élève se situe dans la nature des calculs à effectuer et la persévérance dont il doit faire preuve.

Deux cas sont envisageables :

Niveau 1 : l'opérateur mathématique est explicité aux élèves, il peut être présenté dans un premier exemple afin de s'assurer que la tâche soit comprise par tous les élèves.

Niveau 2 : l'opérateur doit être découvert par l'élève en observant les relations entre quelques éléments déjà présents de la structure à compléter.

L'élève doit ensuite compléter la structure (retour au niveau 1).
Ces activités de logique s'apparentent au fonctionnement des algorithmes que les élèves rencontreront plus tard dans leur scolarité.
Rappel: Un algorithme est un processus systématique de résolution, par le calcul, d'un problème permettant de présenter les étapes vers le résultat à une autre personne physique (un autre humain) ou virtuelle (un calculateur). En d'autres termes, un algorithme est un énoncé d'une suite d'opérations permettant de donner la réponse à un problème.

Modalités de travail :

Initialement : Ce type d'activité doit être animé par l'enseignant en étant très explicite sur le fonctionnement de la structure. La situation de découverte permettra d'expliciter ce fonctionnement. Une première phase individuelle de recherche est indispensable afin que chaque élève formule une réponse. Les groupes seront constitués par l'enseignant en fonction des réponses des élèves. Il devra les concevoir de sorte à permettre les interactions langagières et faciliter ainsi la formulation collective des stratégies mises en œuvre.

A court terme : L'enseignant proposera d'autres situations en intégrant des variables didactiques.
A terme : Ces activités permettent un travail en autonomie des élèves (on peut favoriser des vérifications des élèves par binôme)

Proposition de déroulement pour la mise en œuvre : 3 séances de 20 minutes environ

- Séance 1 Phase 1 : Comprendre la situation problème
  Individuel — Laisser les élèves résoudre le problème individuellement,
  Reproduire plusieurs exemplaires de la feuille pour le tâtonnement,
  Laisser la possibilité d'utiliser la calculette.
- Séance 1 Phase 2 : Compréhension du fonctionnement de la structure
  Retour sur le fonctionnement de la structure ; les élèves doivent comprendre que dans une suite numérique les cases à compléter doivent respecter la logique de la suite écrite. Plusieurs opérateurs peuvent faire varier la suite.
- Séance 2 Phase 3 : Mise en commun des réponses dans les groupes
  Par groupe — Demander aux élèves de comparer leurs réponses du groupe et d'expliciter leur stratégie. Faire vérifier la cohérence des réponses pour chaque membre du groupe.

- Séance 2 Phase 4 : <u>Prise de décision du groupe</u>
  Par groupe Demander au groupe de statuer sur la ou les réponses les plus cohérentes.
- Séance 3 Phase 5 : <u>Organiser une stratégie de recherche et trouver une situation experte</u>
- Par groupe Demander aux élèves d'écrire leur réponse dans la structure. Ils doivent expliciter leur démarche.

Variables didactiques :

Elles permettent de gérer la progressivité de la difficulté et la différenciation dans la classe :

- Champs numériques choisis (entiers, décimaux),
- Opérateurs mathématiques (addition, soustraction, multiplication, division),
- Présence d'indices de vérification à certaines étapes (« est multiple de 2 », « le nombre des dizaines est 3 », valeur attendue à l'étape...),
- Succession d'opérateurs mathématiques,
- Complexité et longueur de la structure de calcul à compléter.

<u>Algorithme CE2</u> : appliquer l'opération soustraire 1 puis pour la case d'après multiplier par 3, recommencer

2	5	4	7	**6**	**9**	**8**	**11**	**10**	**13**	**12**	**15**	**14**	**17**	**16**	**19**	**18**	**21**	**20**	**23**	**22**

<u>Algorithme CM1</u> : niv 1 → appliquer l'opération soustraire 1 puis pour la case d'après multiplier par 3, recommencer;

niv 2 → +5 -7 appliquer l'opération ajouter 5 puis soustraire 7 et recommencer;

2	5	4	7	**6**	**9**	**8**	**11**	**10**	**13**	**12**	15	20	13	**18**	**11**	**16**	**9**	**14**	**7**	**12**	**5**	**10**	**3**

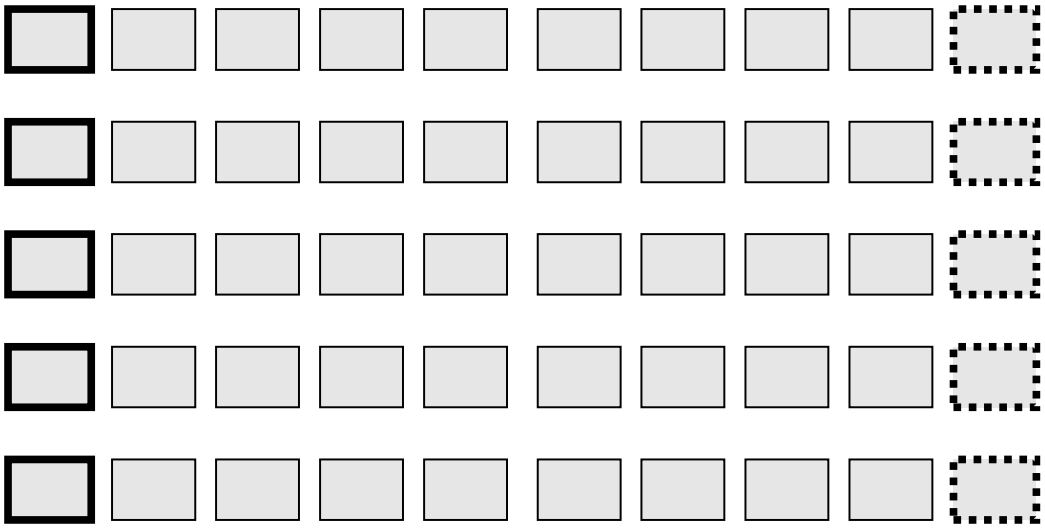
<u>Algorithme CM2/6e</u> : suite identique au CM1 avec ajout d'un nouvel algorithme de niv 3 → -1 x 3 -1 x3

3	2	6	5	15	**14**	**42**	**41**	**123**	**122**	**366**	**365**	**1095**	**1094**	**3282**	**3281**	**9843**

La ligne de calcul

De gauche à droite complète les cases en faisant l'opération indiquée.
Exemple:

Départ Arrivée



G. Les cartes à 21, 4 points

Objectifs :

- Trouver toutes les décompositions additives de 10 en combinant 3 nombres,
- Trouver toutes les décompositions additives de 21 en combinant 3 nombres.

Compétences visées :

- Etre capable de combiner des cartes nombres dont la somme est égale à 10, à 20,
- Organiser sa recherche en proposant une démarche.

Matériel :

- 10 cartes portant les nombres écrits en chiffres sur une face (cf. au modèle de l'épreuve).

Difficultés liées à cette activité :

- Identifier toutes les combinaisons possibles,
- Apprendre à organiser sa recherche,
- Dans cette activité de calcul, ce sont les démarches multiples possibles qui sont à mettre en évidence :

  Exemple pour atteindre 10 : partir de 1 et compléter avec 2 autres cartes :

  1+ 2 + 7 = 10 ; 1+ 3 + 6 = 10 ; 1+ 4 + 5 = 10… (Contrainte avec 3 cartes)

  Exemple pour atteindre 20 : partir de 10 et compléter…, trouver 20 avec deux nombres et ajouter 1….

Solutions possibles pour atteindre 10 :

1+ 2+7 ou 1+7+2 ou 2+1+7 ou 2+7+1 ou 7+1+2 ou 7+2+1
1+ 3 + 6 ou 1+6+3 ou 3+1+6 ou 3+6+1 ou 6+1+3 ou 6+3+1
1+ 4+ 5 ou 1+5+4 ou 4+1+5 ou 4+5+1 ou 5+1+4 ou 5+4+1
2+3+5 ou 2+5+3 ou 3+2+5 ou 3+5+2 ou 5+2 +3 ou 5+3+2

Solutions possibles pour atteindre 21 :

10+ 2+9 ou 10+9+2 ou 2+9+10 ou 2+10+9 ou 9+2+10 ou 9+10+2
10+3+8 ou 10+8+3 ou 3+8+10 ou 3+10+8 ou 8+10+3 ou 8+3+10
10+ 4+ 7 ou 10+7+4 ou 4+10+7 ou 4+7+10 ou 7+10+4 ou 7+4+10
10+5+6 ou 10+6+5 ou 5+10+6 ou 5+6+10 ou 6+5 +10 ou 6+10+5
(Insister sur la commutativité de l'addition)

Différenciation :

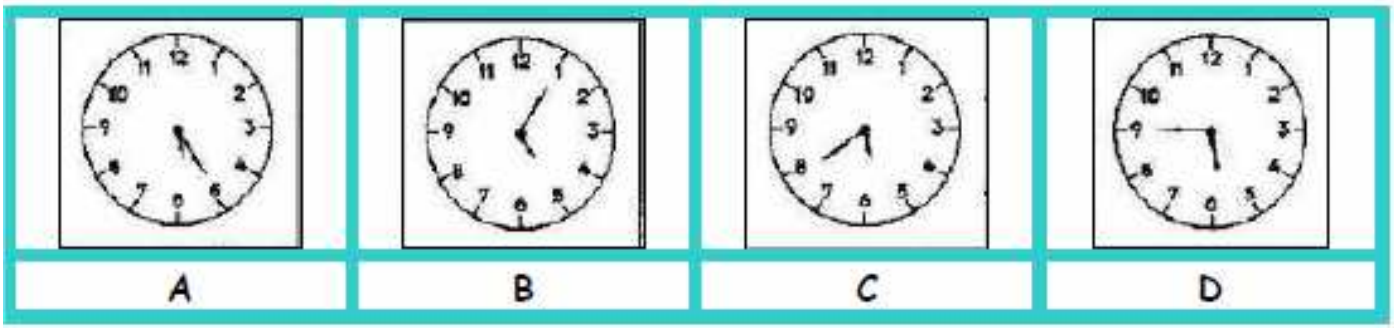
- Pour aider les élèves à appréhender plus facilement l'exercice, il est possible dans un premier temps de leur proposer l'épreuve GS ou CP, puis dans un deuxième temps de réduire la contrainte de l'exercice à 2 cartes.
- Dès qu'une proposition est valide, lui associer l'écriture somme suivante:
  …. +…+…= 10 ou …. +…+…= 21.

H. Renards, poules, vipères et souris, 4 points

- Les 4 vipères ont mangé 12 (3x4) souris,
- Les 3 poules ont mangé 36 (3x12) vipères,
- Les 5 renards ont mangé 180 (5x36) poules.

I. Les horloges

Une seule de ces quatre horloges indique l'heure exacte.
Parmi les trois autres, l'une avance de 20 mn, une retarde de 20 mn et une autre est arrêtée.



Objectifs :

- Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure du temps,
- Lire l'heure sur un cadran à aiguilles,
- Utiliser une procédure personnelle (CE2) pour résoudre une situation-problème,
- Utiliser une procédure personnelle puis plus experte par calculs (CM) pour résoudre une situation-problème.

Compétences visées :

- Gérer des données pour résoudre un problème,
- Organiser une stratégie de recherche et mettre en œuvre une démarche d'essais et erreurs,
- Associer les données écrites aux horloges pour identifier les informations utiles (avance de 20mn, retarde de 20 mn).

Difficulté liée à la situation :

- La solution n'est pas immédiate il faut procéder par tâtonnement pour les CE2,
- Les CM pourront utiliser les données numériques pour repérer l'horloge qui doit présenter une heure située dans un écart de + et – 20mn des autres,
- Difficultés lexicales pour des élèves plus fragiles sur « avance » et « retarde ».

Aide envisageable :

- Proposer le découpage des horloges,
- Proposer des pendules à aiguilles cartonnées pour faciliter la recherche par tâtonnement.

Proposition de déroulement :

Par groupes de 4

- Phase 1 : Prendre connaissance de la situation,
  Laisser les élèves résoudre le problème **individuellement,**
  Inciter à identifier l'heure sur chaque horloge pour s'assurer de la compréhension de la situation,
  Proposer une aide matérielle (pendules cartonnées).

- Phase 2 : Entre eux, les élèves comparent et explicitent leurs schémas, procédures ou caluls,
  Echanges entre pairs pour valider le résultat,
  Rédaction du compte-rendu de recherche et de la solution proposée.

Réponses :

- L'horloge A est à l'heure, la B retarde, la C est arrêtée et la D avance.

J. Les arbres

Un jardinier plante 10 arbres.
Il a réussi à les disposer en formant 5 lignes droites de 4 arbres.

Trouver une disposition possible.

Problème ouvert pouvant être proposé au cycle 3 et aux premières années du collège
D'après les travaux de l'académie d'Orléans-Tour

Rappel : un problème ouvert (ou *problème pour chercher*) est une question posée à des élèves, à laquelle ils ne peuvent pas répondre rapidement par leurs connaissances. L'objectif est d'apprendre aux élèves à chercher et de les inciter à élaborer eux-mêmes (avec l'aide du professeur) des outils, des méthodes permettant de résoudre le problème. Un problème ouvert est censé être plus motivant pour beaucoup d'élèves, contrairement aux exercices d'entraînement, plus répétitifs.

Objectifs spécifiques :

- Développer chez les élèves un comportement de recherche.
- Développer des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver et modéliser.

Compétences développées

- Chercher et produire une solution personnelle dans un problème de recherche
- Formuler et communiquer sa démarche
- Argumenter à propos de la validité d'une solution produite par soi-même ou par un camarade.
- Savoir écouter et respecter la parole d'autrui.

Modalités de mise en œuvre de l'activité en CM2, proposition

- recherche individuelle (10-15 minutes)
- recherche par deux (20-25 minutes)
- recherche par groupes de 4 ou 5 (30-35 minutes)
- synthèse collective (25-30 minutes)

Modalités de mise en œuvre de l'activité en 6ème, proposition

- Recherche individuelle (environ 5 minutes).
- Confrontation de leurs recherches par deux (au moins 20 minutes).
- Exposé de leurs réalisations.
- Synthèse : échanges dans la classe, valorisation des démarches intéressantes qui pourront être réinvesties ultérieurement.

Matériel préconisé

- Feuilles blanches non quadrillées car celles qui le sont confortent les élèves dans leur représentation de la ligne comme ne pouvant être qu'horizontale ou verticale.
- Fil, pions, baguettes.
- Ficelles + du matériel inutile afin de ne pas induire la stratégie à adopter, cette liste n'est pas exhaustive.

Procédures rencontrées

1. Les élèves vont dire que c'est impossible car 5 x 4 = 20
2. Cela est possible si le jardinier a planté déjà 10 arbres
3. Le jardinier a coupé un arbre sur deux
4. Tous les arbres n'ont pas encore fini de pousser
5. On peut mettre 2 arbres par trou
6. On peut faire 5 lignes de 2 arbres
7. On peut tourner les lignes (configuration en L)

8. Ils vont faire des lignes et des colonnes. 2 stratégies possibles :

a/ il faut 10 pions : j'en prends 10 et j'effectue différents essais.

b/ il me faut 5 lignes de 4 donc 20 pions : je dois donc en enlever 10.

9. Ils vont penser au morpion ou puissance 4 donc utilisation des diagonales (ou obliques, traits penchés…)

10. Question : ''est-ce qu'un arbre peut compter 2 fois ?'' (parce que 20 est le double de 10).

11. Ils essaient avec des cercles.

12. Ils vont dessiner des figures de type « escargot ».

Principaux obstacles à la résolution :

Le mot *ligne* provoque chez les élèves le réflexe de tracer des lignes parallèles horizontales.

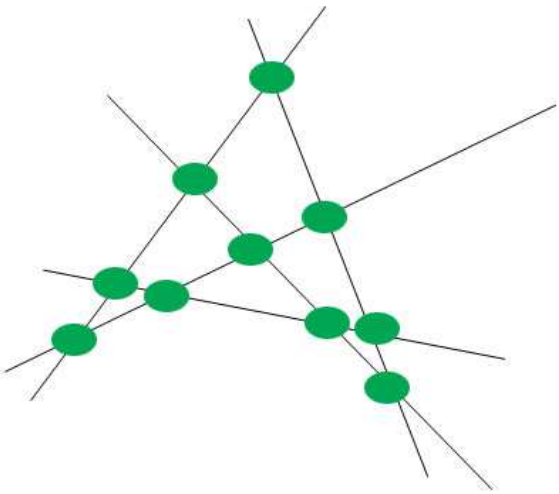
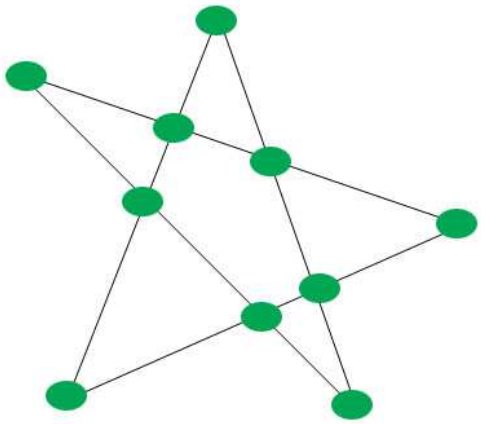
Il leur est difficilement concevable qu'un seul arbre puisse être comptabilisé pour plusieurs lignes, c'est-à-dire qu'il soit à l'intersection de deux lignes.

Commentaires :

Les élèves sont mis en situation de recherche et sont donc tous actifs.

La démarche expérimentale permet même aux élèves les plus faibles de s'investir dans l'activité.

Prolongements :

- Développer les concepts de droite et de segment,
- Définition du point en géométrie comme l'intersection de deux lignes,
- Etude des droites sécantes,
- Travailler la démarche expérimentale dans les autres disciplines.

Solutions possibles et toutes variations d'inclinaison des lignes droites.