

## Proposition de déroulement

La Mission math 93 propose aux enseignants des Cycles 2 et 3 de participer à la **Semaine nationale des Mathématiques** en organisant dans leur établissement un Rallye intitulé « *Les numérations à travers le monde et les siècles* ».

### Description générale et objectifs

Il s'agit d'organiser un Rallye comportant des ateliers où des groupes d'élèves devront résoudre des défis portant sur diverses numérations.

- Ainsi, à travers leur recherche, émission d'hypothèses et confrontation d'idées, les élèves vont découvrir plusieurs numérations anciennes et leurs règles de fonctionnement. Après l'observation et l'analyse de quelques exemples, ils vont devoir retranscrire des nombres écrits avec ces numérations en chiffres arabes.
- Il est intéressant de confronter les élèves à un changement de base et à de nouvelles règles d'écriture. Ces différents modes de représentations des nombres peuvent contribuer à de nouveaux apports culturels et historiques.
- Le nombre et la graphie des symboles ainsi que le choix de la base peuvent mener à une discussion autour des avantages et des inconvénients de chaque numération et de développer dans un jeu de comparaison, une approche réflexive sur notre propre système décimal. L'important étant de faire comprendre aux élèves que la numération est une convention d'écriture.

Veuillez trouver ci-après un cadre général que chacun pourra personnaliser en fonction des contraintes et objectifs locaux.

### Proposition de mise en place

- Ce Rallye est organisé pour la rencontre de 2 classes (8 groupes de 4 à 6 élèves) dans un même lieu. Si d'autres classes sont concernées, envisager d'autres lieux suffisamment grands et le dédoublement des problèmes.
- Chaque salle dispose de 8 tables (une par groupe). Une table centrale peut être prévue pour l'organisation des rotations.
- L'idéal est qu'un adulte soit présent dans chacune des salles (enseignant, parents d'élèves, Plus de Maîtres, Assistant d'éducation...). Dans le cadre d'une école ouverte, il peut être envisagé d'inviter les parents à participer et ainsi constituer des groupes dans lesquels un parent est présent.
- Une feuille résultat, remise au départ, vous est proposée pour l'écriture des réponses. Cette dernière est remise en fin de Rallye pour le comptage des points.

Pour des raisons d'organisation, cette action pourra être menée à votre convenance dans la limite de l'année scolaire en cours.

### Les variantes

Selon les lieux d'accueil et selon les classes participantes participatives, de nombreuses variantes sont possibles :

- Revenir ou non à la table centrale entre chaque lieu étape,
- Indiquer ou non le chemin menant aux différents lieux,
- Les groupes parcourant les étapes dans le même ordre ou non,
- Mixer les élèves ou non dans le cas de classes multiniveaux,
- Imposer ou non un temps limité à chaque rotation (5 à 10 minutes par exemple)
- Imposer ou non les rotations par un signal sonore.

## Le suivi et les prolongements possibles

- La correction des ateliers et le comptage des points peuvent s'effectuer ultérieurement en groupe classe,
- C'est l'occasion de mettre en évidence la multiplicité des stratégies,
- Certaines numérations peuvent être approfondies (nombres supérieurs à 100 ou à 1000) et/ou étendues à d'autres numérations plus ou moins originales (morse, shadock, triozone, matoran, D'ni...),
- Un travail de classification des différentes numérations peut être également envisagé,
- Des prolongements en histoire et géographie sont également possibles : repérage sur une frise chronologique et sur un planisphère en vue d'une classification spatio-temporelle des différentes numérations,
- Production d'une numération originale par les groupes d'élèves respectant des conventions à expliciter...

## Une proposition de la Mission math

Vous trouverez ci-dessous la liste des numérations mises en jeu et les problèmes proposés aux élèves en annexe. Ces derniers sont gradués et marqués par un nombre de points (voir tableau ci-dessous). Pour chacune des numérations, les groupes d'élèves devront résoudre un ou les deux problèmes (dans le temps imparti) et marquer un maximum de points.

L'équipe gagnante est l'équipe qui totalise le plus grand nombre de points.

Tableau répartition des points en fonction des numérations :

| numération          | Degré de difficulté | Cycle 2  |          | Cycle 3  |          |
|---------------------|---------------------|----------|----------|----------|----------|
|                     |                     | Niveau 1 | Niveau 2 | Niveau 1 | Niveau 2 |
| Inca                | 1                   | 1        | 2        | 1        | 2        |
| chinoise (ancienne) | 1                   | 1        | 2        | 1        | 2        |
| égyptienne          | 1                   | 1        | 2        | 1        | 2        |
| babylonienne        | 2                   | 2        | 3        | 2        | 3        |
| romaine             | 2                   | 2        | 3        | 2        | 3        |
| Chinoise (actuelle) | 2                   | 2        | 3        | 2        | 3        |
| Maya                | 3                   | 3        | 4        | 3        | 4        |
| binaire             | 3                   | 3        | 4        | 3        | 4        |

## Compétences mobilisées (en référence aux nouveaux programmes 2015)

### Chercher

Domaines 2 et 4 du socle

- S'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome (cycle 2)
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrés, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle (cycle 3)
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution (cycle 3) ou proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur (cycle 2)

### Modéliser

Domaines 1, 2 et 4 du socle

- Utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures. (cycle 2)

**Représenter**

Domaines 1 et 5 du socle

- Appréhender différents systèmes de représentation (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.).

**Raisonner**

Domaines 2, 3 et 4 du socle

- Anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure. (cycle 2)
- Tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier son jugement. (cycle 2)
- Prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme. (cycle 2)
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. (cycle 3)
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose (cycle 3)

**Calculer**

Domaine 4 du socle

- Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu (cycle 2)
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats. (cycle 2 et 3)









**Communiquer**

Domaines 1 et 3 du socle

- Utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements. (cycle 2)
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange (cycle 3)

## Quelques repères

| numération                                   | repères de compréhension  | Solutions  |    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |
|--|---|--|----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|---|---|---|---|---|
| <p><b>Numération chinoise (actuelle)</b></p> | <p>La numération chinoise est une numération décimale de type « hybride » alliant l'addition et la position. Elle utilise 2 types de symboles :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>des symboles pour marquer les chiffres : 〇= 0, 一= 1, 二= 2, 三= 3, 四= 4, 五= 5, 六= 6, 七= 7, 八= 8, 九= 9.</li> <li>des symboles représentant les puissances de la base : dizaine (十 = 10 ou 10<sup>1</sup>), centaine (百 = 100 ou 10<sup>2</sup>), millier (千 = 1000 ou 10<sup>3</sup>)...</li> </ul> <p>Ainsi, pour écrire 74 on associe les deux types de symboles :</p> <p style="text-align: center;"> <b>七 + 四</b><br/>             7 - x10 - 4<br/>             7 dizaines - 4<br/>             70 + 4         </p> <p>Pour écrire 47, on inverse les symboles 4 et 7 (47 = 四 + 七)</p> <p>Pour écrire 740, on ajoute le symbole des centaines (百) aux autres (七百四十 = 7 cent et 4 diz ou 7 x 100 + 4 x 10)... le chiffre 0 dans 740 n'est pas symbolisé puisqu'on considère l'association de 7 centaines et 4 dizaines (700 + 40)</p>  | <p style="text-align: center;"><b><u>Cycle 2</u></b></p> <p><b>2 pts :</b><br/>四十九 est le nombre 49.</p> <p><b>3 pts :</b><br/>三十四 + 四十二 =<br/>30 + 4 + 40 + 2 =<br/>30 + 40 + 4 + 2 =<br/>70 + 6 = 76<br/>七十六</p> <p style="text-align: center;"><b><u>Cycle 3</u></b></p> <p><b>2 pts :</b><br/>九十三 est le nombre 93.</p> <p><b>3 pts :</b><br/>三十七 + 五十九 =<br/>30 + 7 + 50 + 9 =<br/>30 + 50 + 7 + 9 =<br/>80 + 16 = 96 = 九十六</p> |    |     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |
| <p><b>Numération chinoise (ancienne)</b></p> | <p>La numération chinoise est une numération décimale de type « hybride » alliant l'addition et la position. Elle utilise 2 types de symboles :</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>—</td><td>=</td><td>≡</td><td>≡≡</td><td>≡≡≡</td><td>⊥</td><td>⊥</td><td>⊥</td><td>⊥</td> </tr> <tr> <td> </td><td>  </td><td>   </td><td>    </td><td>     </td><td>⊥</td><td>⊥</td><td>⊥</td><td>⊥</td> </tr> </table> </div> <p>Les symboles sont composés de bâtonnets en alternant les rangs par des barres verticales (pour les chiffres des unités, des chiffres des centaines, etc.) ou horizontales (pour les chiffres des dizaines, chiffres des milliers, etc.) pour éviter la confusion.</p> <p>A partir de 6, le « bâton » du 1 de l'autre ligne (verticale ou horizontale) est utilisé pour symboliser le 5, en lui ajoutant à nouveau des unités.</p> <p>Ainsi, pour écrire 74 on associe les symboles : ⊥ ≡ qui correspondent à 7 dizaines (5 + 2) et 4 unités.</p> <p>Alors que pour écrire 47 on utilisera les symboles : ≡ ⊥ qui correspondent à 4 dizaines et 7 unités (5 + 2u)</p> | 1  | 2  | 3   | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | — | = | ≡ | ≡≡ | ≡≡≡ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |  |  |  |  |  | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | <p style="text-align: center;"><b><u>Cycle 2</u></b></p> <p><b>1 pt :</b><br/>⊥ ≡ est le nombre 68.</p> <p><b>2 pts :</b><br/>⊥ ⊥ +    ⊥ ≡ =<br/>76 + 218 = 294 =    ⊥ ≡</p> <p style="text-align: center;"><b><u>Cycle 3</u></b></p> <p><b>1 pt :</b><br/>≡ ≡ ≡ est le nombre 849.</p> <p><b>2 pts :</b><br/>≡ ⊥ ≡ + ≡ ≡ ≡ =<br/>375 + 423 = 798 = ⊥ ≡ ≡</p> |
| 1  | 2   | 3  | 4  | 5   | 6 | 7 | 8 | 9 |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |
| —  | =   | ≡  | ≡≡ | ≡≡≡ | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |
|  |   |  |    |     | ⊥ | ⊥ | ⊥ | ⊥ |   |   |   |   |   |    |     |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |

|                                     |   |  |    |     |    |     |      |     |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |
|-------------------------------------|---|--|----|-----|----|-----|------|-----|------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|----|---|----|-----|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| <p><b>Numération romaine</b></p>    | <p>La numération romaine est une numération décimale de type « additif ». Elle était utilisée par les Romains de l'antiquité (à partir du 1<sup>er</sup> siècle avant J.-C.) pour écrire les nombres entiers jusqu'à 4 999, à partir de seulement 7 lettres : I, V, X, L, C, D, et le M. Le zéro n'existait pas encore. Cette numération est <u>additionnelle</u> car la valeur du nombre écrit est obtenue par somme ou soustraction des caractères juxtaposés.</p> <p style="text-align: center;">Unités</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>I</td><td>II</td><td>III</td><td>IV</td><td>V</td><td>VI</td><td>VII</td><td>VIII</td><td>IX</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Dizaines</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X</td><td>XX</td><td>XXX</td><td>XL</td><td>L</td><td>LX</td><td>LXX</td><td>LXXX</td><td>XC</td> </tr> <tr> <td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td> </tr> </table> <p>Par exemple :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 4 s'écrit IV, soit 5 - 1</li> <li>- 24 s'écrit XXIV : 10 + 10 + 5 - 1</li> <li>- 93 s'écrit XCIII : 100-10+3</li> </ul>   | I  | II | III | IV | V   | VI   | VII | VIII | IX | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | X | XX | XXX | XL | L | LX | LXX | LXXX | XC | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | <p style="text-align: center;"><b>Cycle 2</b></p> <p><b>2 pts :</b><br/> <b>Le XVIII<sup>ème</sup> siècle :</b> Le 18<sup>ème</sup> siècle<br/> <b>Le chapitre XXII :</b> Le chapitre 22<br/> <b>Charles V :</b> Charles 5<br/> <b>Louis XIV :</b> Louis 14</p> <p><b>3 pts :</b> XCVIII = 98</p> <p style="text-align: center;"><b>Cycle 3</b></p> <p><b>2 pts :</b> MCCXXXV : 1235</p> <p><b>3 pts :</b><br/> Obélix : <b>140</b><br/> Astérix : <b>154</b><br/> Obélix et Astérix ont chassé : <b>294</b><br/> CCXCIV</p> |
| I                                   | II  | III  | IV | V   | VI | VII | VIII | IX  |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |
| 1                                   | 2   | 3  | 4  | 5   | 6  | 7   | 8    | 9   |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |
| X                                   | XX  | XXX  | XL | L   | LX | LXX | LXXX | XC  |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |
| 10                                  | 20  | 30   | 40 | 50  | 60 | 70  | 80   | 90  |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |
| <p><b>Numération égyptienne</b></p> | <p>La numération hiéroglyphique est de type additif, en base 10, non positionnelle. On dispose de symboles différents tirés de la faune et de la flore du Nil ou représentant des objets pour désigner 10, 100, 1 000, etc. On répète un symbole, autant de fois que nécessaire</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <br/> pour le 1. </div> <div style="text-align: center;"> <br/> pour 10. </div> <div style="text-align: center;"> <br/> pour 100 (Représente une corde). </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <br/> pour 1 000<br/> (Représente un lotus). </div> <div style="text-align: center;"> <br/> pour 10 000<br/> (Représente un doigt) </div> <div style="text-align: center;"> <br/> pour 100 000<br/> (Représente. un têtard) </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <br/> pour 1 000 000. </div> <p>Par exemple le nombre 1 232 s'écrit :</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div> <p>Les symboles identiques sont parfois disposés les uns sur les autres pour gagner de la place.</p> | <p style="text-align: center;"><b>Cycle 2</b></p> <p><b>1 pt :</b> il s'agit du nombre 94</p> <p><b>2 pts :</b><br/> Score de Ramsès = 537 pts<br/> Score de Néfertiti = 584 pts<br/> C'est donc Néfertiti qui a gagné.</p> <p style="text-align: center;"><b>Cycle 3</b></p> <p><b>1 pt :</b> il s'agit du nombre 130 002</p> <p><b>2 pts :</b><br/> score de Ramsès = 16 143 pts<br/> Score de Néfertiti = 16 232 pts<br/> C'est donc Néfertiti qui a gagné.</p> |    |     |    |     |      |     |      |    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |    |   |    |     |      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |  |

**Numération Maya**

La numération Maya est positionnelle et de type additif. Sa base principale est 20 et sa sous base 5 (barre horizontale —). Elle se décompose en strates.

Une difficulté réside aussi dans la compréhension de la relation entre les signes qui diffère selon leur situation dans l'espace dans un plan vertical C'est cette notion qui complexifie la tâche d'identification de la valeur des signes.

Pour cela, prévoir les indications suivantes en cas de blocage ou lors d'un point de mise en commun de recherches intermédiaires

-Observation qui peut se faire au travers des 3 exemples dans les vingtaines : 20-21 et 25 sont transcrits respectivement en



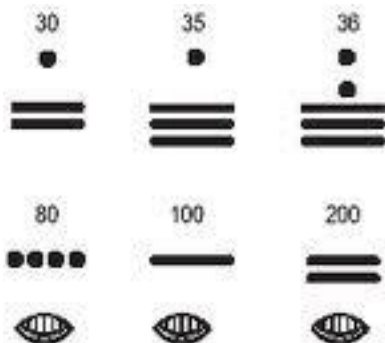
indiqués dans le tableau pour dégager que le fait de marquer un point en hauteur équivaut à un paquet de 20u,



- Comparaison entre 1 ( • ) et 21 ( • ) qui permet de différencier la valeur du point selon sa place dans le plan vertical
- Comparaison des nombres avec l'obsidienne qui montre que ce symbole ( ☉ ) remplace 0 unité.

Exemple de correspondance :

|                   |                        |                         |                          |                           |
|-------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 0<br>☉            | 1<br>•                 | 2<br>••                 | 3<br>•••                 | 4<br>••••                 |
| 5<br>—            | 6<br>•<br>—            | 7<br>••<br>—            | 8<br>•••<br>—            | 9<br>••••<br>—            |
| 10<br>—<br>—      | 11<br>•<br>—<br>—      | 12<br>••<br>—<br>—      | 13<br>•••<br>—<br>—      | 14<br>••••<br>—<br>—      |
| 15<br>—<br>—<br>— | 16<br>•<br>—<br>—<br>— | 17<br>••<br>—<br>—<br>— | 18<br>•••<br>—<br>—<br>— | 19<br>••••<br>—<br>—<br>— |
| 20<br>•<br>☉      | 21<br>•<br>•<br>•      | 22<br>•<br>••           | 23<br>•<br>•••           | 24<br>•<br>••••           |
| 25<br>•<br>—      | 26<br>•<br>•<br>—      | 27<br>•<br>••<br>—      | 28<br>•<br>•••<br>—      | 29<br>•<br>••••<br>—      |

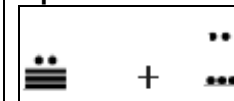


**Cycle 2**

3 pts :

•  
••  
— = 32 car en bas on a 2 barres de 5 et 2 points unités (valeur cumulée de 12) et 1 point de 20 en haut pour un total de 32.

4 pts :



Vaut 60.

Car  $\begin{matrix} \bullet\bullet \\ \text{---} \\ \bullet\bullet \end{matrix} = (5 \times 3) + 2 = 17$

et  $\begin{matrix} \bullet\bullet\bullet \\ \text{---} \\ \bullet\bullet\bullet \end{matrix} = 3 + (20 \times 2) = 43$

$43 + 17 = 60$

**Cycle 3**

3 pts :

•••  
••••  
— =  $(5 \times 2 + 4) + (20 \times 3) = 14 + 60 = 74$

4 pts :

Ecrire le produit de  $\begin{matrix} \bullet \\ \bullet \end{matrix} \times \begin{matrix} \bullet\bullet\bullet \\ \bullet\bullet\bullet\bullet \\ \text{---} \end{matrix}$

1<sup>ère</sup> Etape :

$(1 + 20) \times (5 \times 2 + 4) = 21 \times 14 = 294$

2<sup>e</sup> étape : comment écrire 294 ? Trouver donc le nombre de paquets de 20 donc division de 294 par 20 soit 14 avec un reste de 14 ce qui s'écrit :



**Numération Inca**

La numération Inca est une numération décimale de position. Pour représenter les nombres, les Incas utilisaient le quipu (qui signifie nœud et compte en queschua) qui est un fil de laine ou de coton dans lequel on fait des nœuds de différentes formes et de différentes tailles.

## Quipus

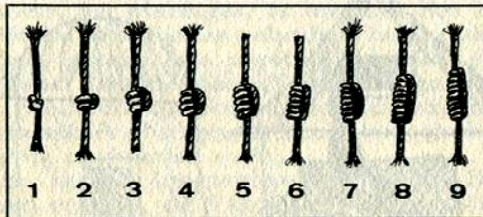
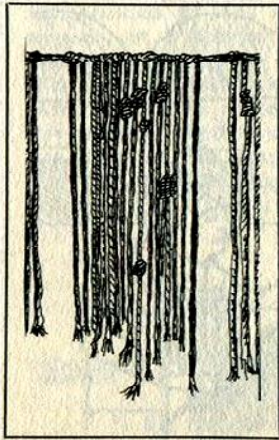
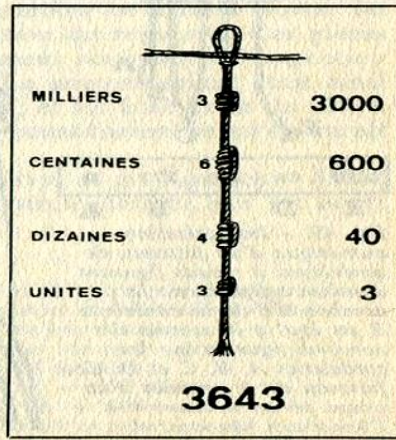


Fig. 47. - Représentation des neuf unités sur une cordelette, par la méthode du quipu inca.

Fig. 46. - Un quipu péruvien.

Fig. 48. - Représentation sur une ficelle du nombre 3643 par la méthode du quipu péruvien.



**Numération babylonienne**

Les Babyloniens ont compté en base 60 en utilisant une numération de position empruntée aux Sumériens. Cette base a traversé les siècles puisqu'on la retrouve encore de nos jours dans la notation des angles en degré ou dans le découpage du temps en minutes et en secondes. Plus précisément, ils utilisaient deux chiffres, le clou (T) valant une puissance de 60 (1/60, 1, 60, 3600 ou 60<sup>2</sup>), etc.) et le chevron (L) valant 10 fois un clou.

|    |        |         |          |           |       |            |             |              |               |
|----|--------|---------|----------|-----------|-------|------------|-------------|--------------|---------------|
| 0  | 1      | 2       | 3        | 4         | 5     | 6          | 7           | 8            | 9             |
|    | T      | TT      | TTT      | TTTT      | TTTTT | TTTTT<br>T | TTTTT<br>TT | TTTTT<br>TTT | TTTTT<br>TTTT |
| 10 | 20     | 30      | 40       | 50        | 60    | 70         | 80          | 90           | 100           |
| L  | L<br>L | LL<br>L | LLL<br>L | LLL<br>LL | T     | T L        | T LL        | T LLL        | T LL<br>LL    |

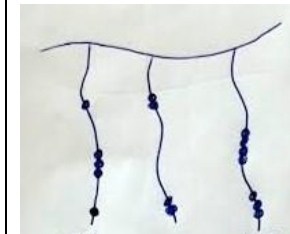
Quelques exemples de nombres

|      |                 |  |
|------|-----------------|--|
| 47   | LLLLTTTTTTT     | $4 \times 10 + 7 = 40 + 7$                         |
| 74   | T LTTTT         | $(1 \times 60) + (14 \times 1) = 60 + 14$          |
| 174  | TT LLLLLTTTT    | $(2 \times 60) + (54 \times 1) = 120 + 54$         |
| 426  | TTTTTTT TTTTTT  | $(7 \times 60) + (6 \times 1) = 420 + 6$           |
| 6152 | T LLLLLTT LLLTT | $(1 \times 3600) + (42 \times 60) + (32 \times 1)$ |

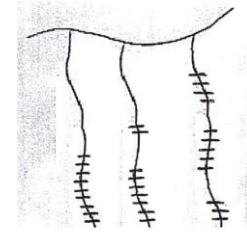
**Cycle 2**

1 pt :

2 pts :



131 202 43

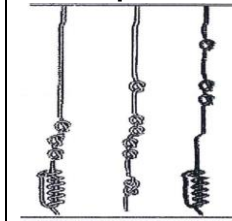


9 27 453

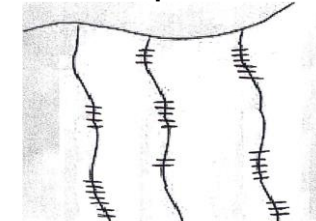
**Cycle 3**

1 pt :

2 pts :



36 141 1206



407 3520 6053

**Cycle 2**

2 pts :

T LLLL TTTTT :

$(1 \times 60) + (3 \times 10 + 5) = 60 + 35 = 95$

3 pts : 116

Se décompose par rapport à un multiple de 60 :  $116 = 60 + 56 = (1 \times 60) + (5 \times 10 + 6)$

T LLLLLTTTTTT

**Cycle 3**

2 pts :

TTT LL TTTTT :

$(3 \times 60) + (2 \times 10 + 4) = 180 + 24 = 204$

3 pts : 359

Se décompose par rapport à un multiple de 60 :  $359 = 300 + 59 = (5 \times 60) + (5 \times 10 + 9)$

TTTTT LLLLLTTTTTTTTT

## Binaire

La numération binaire est une numération de base 2 de position. Elle utilise deux chiffres : 0 et 1. Voici la liste des dix premiers nombres du système binaire :

|         |      |      |      |      |      |       |       |       |       |       |
|---------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Décimal | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| Binaire | 1    | 10   | 11   | 100  | 101  | 110   | 111   | 1000  | 1001  | 1010  |
| Décimal | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    |
| Binaire | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 | 10000 | 10001 | 10010 | 10011 | 10100 |

Le premier nombre s'écrit **1** (1<sup>er</sup> rang en partant de la droite).

Pour le nombre suivant, il n'y a plus la possibilité d'écrire un nombre à un chiffre, on passe donc à un nombre à deux chiffres. On écrit le 1 au 2<sup>ème</sup> rang, on complète le 1<sup>er</sup> rang par un 0 puis un 1, c'est-à-dire **10** puis **11**.

De même, il n'y a plus la possibilité d'écrire un nombre à deux chiffres, on passe donc à un nombre à trois chiffres. On écrit le 1 au 3<sup>ème</sup> rang, on complète les deux rangs suivants par des 0, on obtient **100**. On cherche alors toutes les possibilités d'écrire un nombre à trois chiffres avec les chiffres 0 et 1 dans l'ordre croissant, c'est-à-dire **101**, **110** et **111**.

Avec la même procédure réitérée, on passe successivement à des nombres à quatre chiffres, puis cinq, etc... formés de 0 et de 1.

Pour convertir un nombre écrit en binaire dans le système décimal, on peut utiliser le tableau suivant (se réfère aux puissances de 2) :

|     |     |    |    |    |   |   |   |   |
|-----|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| 1   | 0   | 1  | 1  | 0  | 1 | 0 | 1 | 1 |

On fait alors la somme des puissances de 2.

101 101 011 (binaire) = 256 + 64 + 32 + 8 + 2 + 1 = 363

|     |     |    |    |    |   |   |   |   |
|-----|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| 256 | 128 | 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|     |     | 1  | 1  | 0  | 0 | 1 | 1 | 0 |

1 100 110 (binaire) = 64 + 32 + 4 + 2 = 102

## Cycle 2

**3 pts : 111 est le nombre 7.**

**4 pts : 1011 est le nombre 11.**

2 procédures possibles :

- on écrit les nombres en binaire dans l'ordre jusqu'à ce qu'on arrive au nombre demandé. On compte la position du nombre sur la bande numérique et on obtient le nombre dans le système décimal (valeur ordinale du nombre).  
- on utilise le tableau de conversion proposé. Il serait préférable de l'utiliser après tâtonnements pour valider sa réponse. Une utilisation trop précoce de ce tableau ne permettrait pas aux élèves de s'approprier la logique d'écriture des nombres successifs dans le système binaire.

Conversion en système décimal :

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|    |   | 1 | 1 | 1 |

111 = 4 + 2 + 1 = 7

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|    | 1 | 0 | 1 | 1 |

1011 = 8 + 2 + 1 = 11

Cycle 3 :

**3 pts :**

**1111 est le nombre 15.**

1111 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15

**4 pts :**

**11000 est le nombre 24.**

11000 = 16 + 8 = 24









Le même raisonnement : par recherche des nombres successifs puis validation possible avec le tableau de conversion entre le système binaire et le système décimal.



# « Les numérations à travers le monde et les siècles »



## Fiche « réponses »

|   | Votre réponse                   | Degré 1 | Degré 2 | Score |
|---|---------------------------------|---------|---------|-------|
|    | La numération Inca              |         |         |       |
|    | La numération chinoise ancienne |         |         |       |
|    | La numération égyptienne        |         |         |       |
|    | La numération romaine           |         |         |       |
|    | La numération chinoise          |         |         |       |
|   | La numération Maya              |         |         |       |
|  | La numération babylonienne      |         |         |       |
|  | La numération binaire           |         |         |       |

Membres de l'équipe :

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Score de l'équipe